



# Histoires d'abeilles

André Laur et Agnès Prévost  
IREM de Grenoble

## Un thème de convergence S.V.T mathématiques *Education au Développement Durable (EDD)*

Niveau : 10-12ans (classe de 6<sup>ème</sup>)

### Objectifs relevant du programme :

- **Grandeurs et mesures**
  - o protocole d'une mesure
- **Gestion des données**
  - o Recueillir des données ; dépouiller et organiser les résultats, interprétation
- **Géométrie**
  - o Construction de figures
  - o définition et propriété de figures géométriques
  - o aire d'une figure
  - o géométrie dans l'espace

### Objectifs transversaux :

- **dans le domaine de la communication**
  - o compte rendu de la visite au rucher
  - o réalisation d'un carnet de bord
  - o travail en groupes
- **dans le domaine culturel**
  - o observation de la nature

**Durée : 3-4 séances d'une heure**  
*non compris la visite d'un rucher*

### Matériel à prévoir :

- des plaques de cire gaufrée (que l'on trouve chez un fournisseur de matériel apicole) : une plaque pour 4 enfants

### Quand ?

- avril-mai après la visite d'un rucher

### *Dans les pages suivantes :*

- *une note introductive*
- *l'organisation des séances et un compte rendu commenté de l'expérimentation dans une classe de sixième d'une collège grenoblois*
- *en annexe, les documents utilisés*

## Note introductive

Il y a dans le monde des abeilles de quoi fasciner petits et grands ; rares sont les personnes pour qui les mots de miel, de cire, d'alvéole, d'essaim, de butinage voire de piqure ne sont source d'évocations plus ou moins nostalgiques : le **miel** que l'on consomme, symbole de douceur et d'abondance ; la **cire** qui servait à la fabrication de bougies et dont l'odeur invite à la sérénité ; l'**alvéole** aux formes géométriques si régulières qu'elle<sup>1</sup> semble témoigner d'une intelligence mathématique de la nature ; la multitude organisée autour de la reine qui fait de l'**essaim** un être collectif où l'individu est soumis aux besoins de l'ensemble ; le **butinage** sur les fleurs environnantes ou, plus au loin, préparé par des éclaireuses ; le dard à la **piqure** souvent inoffensive, rare en dehors de la ruche, fatale pour l'abeille qui se défend... L'abeille est très présente dans notre culture ; elle le reste, comme en témoigne le nombre de ruches dans la France d'aujourd'hui : un rapport<sup>2</sup> de 2005 en compte plus de 1 350 000, pour environ 70000 apiculteurs, amateurs pour la plus grande majorité...

De nombreux travaux peuvent être menés avec des élèves, adaptés au niveau de chaque classe (de la 6<sup>ème</sup> comme ici, à la terminale scientifique pour une explication possible de la forme de l'alvéole). Ces travaux peuvent être réalisés dans le seul cadre du cours de mathématique, mais ils ne prendront vraiment tout leur sens que si l'on intègre les deux dimensions mises en œuvre ici : l'interdisciplinarité (de préférence avec les SVT, mais cela peut aussi se faire avec la géographie ou le français), et l'observation sur le terrain d'un rucher.

La présence de ce document sur le site Statistix peut surprendre en première lecture. Deux arguments expliquent ce choix :

1. Les expérimentateurs souhaitaient au départ proposer aux élèves une activité de **comptage** des abeilles dans une ruche ; plus précisément une première réflexion était de trouver des méthodes pour estimer le nombre des abeilles visibles sur la photo ci-dessous d'un cadre de ruche et, à partir de là, d'estimer le nombre d'abeilles dans la ruche ; les difficultés d'ordre à la fois théoriques et pratiques se sont révélés trop nombreuses pour une mise en œuvre immédiate dans une classe, quel que soit son niveau... La recherche sur ce point est à poursuivre !
2. **Définir** la largeur d'une alvéole d'une ruche est une activité statistique. Deux sources de variabilité interviennent conjointement :
  - la variabilité d'une alvéole à l'autre ; même si celles ci apparaissent identiques à l'œil nu, elles ne le sont pas « exactement ».
  - différentes mesures effectuées sur un même objet ne donnent pas toujours le même résultat : c'est la variabilité inhérente à toute mesure.

Convenir d'**une** mesure en donnant des éléments sur la marge d'erreur, c'est-à-dire sur la variabilité de la mesure, relève d'une démarche statistique. Il nous est apparu judicieux de le faire sentir aux élèves dès la classe de 6<sup>ème</sup> tout en restant modeste pour cette première approche.

L'expérimentation mise en œuvre se déroule sur trois séances, dont seule la seconde relève de la statistique et il nous apparaît pertinent de montrer un exemple où il en est ainsi. En pratique, le travail de nature statistique s'insère le plus souvent au sein d'une problématique globale mais n'en constitue pas la totalité.

---

<sup>1</sup> Alvéole est du genre masculin (dictionnaire de l'académie française) ; l'usage du féminin tend à se généraliser : nous nous sommes conformés ici à cette évolution grammaticale.

<sup>2</sup> Audit d'août 2005 sur la filière apicole française réalisé par ONIFLHOR à la demande de la communauté européenne.



Les entrées dans le thème "histoires d'abeilles" sont multiples. Des textes peuvent être proposés aux élèves pour lancer la réflexion, tels le texte ci-dessous.  
Ce texte privilégie l'entrée "développement durable et environnement".

**Si l'abeille venait à disparaître, l'humanité n'aurait plus que quelques années à vivre ! »**

**L'abeille est indispensable à la pollinisation des fleurs : dans nos régions tempérées, l'abeille domestique assure à elle seule jusqu'à 85% de la pollinisation des plantes à fleurs. Si les abeilles disparaissaient, des multitudes de plantes ne pourraient plus se reproduire et s'éteindraient. Leur absence engendrerait la perte de nombreuses espèces animales dont l'homme se nourrit.**

**L'abeille mellifère est le seul insecte dont l'homme consomme la production : miel, pollen, propolis, gelée royale, cire. Apparu avec les premières plantes terrestres, cet insecte accompagne l'homme depuis son apparition sur terre et lui reste indispensable même à l'ère spatiale. Sa survie dépend de l'homme, qui lui-même dépend étroitement de l'hyménoptère. Cet insecte qui, malgré sa fragilité, a réussi à traverser deux ères géologiques, est menacé par notre comportement.**

**Admirez cette ouvrière laborieuse qui prend soin de ce grand jardin qu'est la Terre. Elle a su trouver les solutions les plus élégantes pour partager le travail de la ruche et, en particulier, pour stocker le miel qu'elle récolte : une vraie mathématicienne en herbe !**



## Organisation des séances

### Information préalable aux parents : à faire lors de la 1<sup>ère</sup> rencontre parents - professeurs

*Présentation aux parents du projet d'étude sur la vie des abeilles précisant les liens avec le programme.*

### Visite d'un rucher

Des contacts ont été pris avec le Syndicat Apicole Dauphinois (des groupements apicoles existent dans chaque département : il est facile d'en obtenir les coordonnées et d'y rencontrer des gens prêts à jouer le jeu d'un travail avec une classe), et une visite du rucher-école de Vizille (à quelques kilomètres de Grenoble) a ainsi été programmée pour le vendredi après-midi précédant les vacances de printemps ; la date est tardive pour la classe, mais il est difficile de le faire plus tôt, les abeilles étant en hibernation durant toute la période froide.

La visite a ainsi eu lieu début avril, sous des conditions météorologiques déplorables, mais cela n'a rien enlevé à l'enthousiasme des élèves. Lors de cette visite, l'un des apiculteurs présents, habitués d'interventions auprès de scolaires et d'animations auprès d'enfants, a présenté un diaporama racontant la vie des abeilles, leurs productions (miel, gelée royale, propolis), leur intérêt pour l'homme, leur avenir ... Les élèves ont pu toucher le matériel utilisé par les apiculteurs et goûter toutes sortes de miel.



*Un élève essaie un masque d'apiculteur*

*Observation d'une centrifugeuse*

Durant cette visite, un **questionnaire** a été distribué (voir annexe 1).

**Les séances ont ensuite été organisées pour tenter de répondre à certaines des questions posées par les élèves, telles :**

- Pourquoi les abeilles ne forment-elles pas des « ronds » ?
- Pourquoi les abeilles forment-elles des hexagones ? (*le mot est dit spontanément par certains élèves*)
- Combien d'alvéoles construisent-elles ?
- Combien d'abeilles dans une ruche ?
- Combien mesure une alvéole ?

## Le contenu des 3 séances

### Séance 1 : hexagone régulier et pavage du plan

*L'objectif de la séance est de redécouvrir l'hexagone régulier (utilisé à l'école primaire, en particulier dans les motifs de rosace), puis de comparer les pavages d'un "grand" rectangle faits avec des polygones réguliers (triangles, carrés ou hexagones) de même périmètre (le choix du périmètre 12 a été fait par l'enseignante : selon le temps disponible, il peut être l'objet d'un questionnement).*

*Les questions auxquelles on souhaite que les élèves répondent, plus ou moins explicitement :*

- Parmi ces pavages, quel est celui qui utilise le moins de polygones ?
- Quel est le polygone qui pour un périmètre donné a la plus grande aire ?
- Comment expliquer que l'évolution ait sélectionné cette forme ?

La séance s'organise selon la fiche fournie par le professeur en annexe 2.

Le déroulement de la séance est décrit ci-dessous.

### Séance 2 : mesure d'une alvéole sur une gaufre de cire

*L'objectif est ici de mettre en évidence le fait qu'il n'y a pas **une** mesure juste du diamètre d'une alvéole, mais seulement un encadrement possible.*

*Il était évident pour les élèves que les alvéoles étaient identiques (toutes des hexagones de même périmètre) et nous l'avons admis. Il serait intéressant de soulever la question lors d'une autre mise en oeuvre, mais il faudrait prévoir alors un peu plus de temps.*

La séance s'organise autour des questions suivantes :

- Comment « mesurer » une alvéole en admettant que c'est exactement un hexagone régulier ?
- Que faire ?
  - mesurer une longueur (et laquelle ?) pour un hexagone
  - mesurer plusieurs hexagones
  - compter le nombre d'hexagones pour une longueur donnée

Les élèves travaillent individuellement puis en groupe en suivant la fiche fournie en annexe 3. Pour le travail de groupe, une plaque de cire gaufrée est mise à la disposition de chaque groupe.

Le déroulement de la séance est décrit ci-dessous.

Un devoir à faire à la maison (annexe 4) permet de faire le point sur les concepts géométriques rencontrés lors de cette séance.

### Séance 3 : réalisation du patron d'une alvéole

*L'objectif est de proposer, en fin d'année, un objet géométrique non standard : pour en dessiner le patron (avec utilisation du rapporteur pour certains angles), puis le réaliser. L'assemblage de plusieurs alvéoles (réalisé grâce à l'aide des élèves d'une classe de 4<sup>ème</sup>) permet d'apprécier la complexité d'un cadre de ruche.*

La séance commence par l'observation des 3 photos de l'annexe 5, montrant comment s'assemblent les alvéoles dans un cadre de ruche.

Chaque élève essaie ensuite de tracer à main levée le patron d'une alvéole.

Une fiche patron est distribuée : chaque élève construit une alvéole.

Les alvéoles sont ensuite assemblées, comme dans un cadre de ruche.

## Compte rendu de la 1<sup>ère</sup> séance.

La séance commence par un échange collectif, à partir des observations faites par les élèves après la visite du rucher :

→ Pourquoi les abeilles ne forment-elles pas des « ronds » ?

*Réponse des élèves* : parce que ça laisserait des trous entre les cercles.

→ Quels polygones réguliers permettent de réaliser un pavage régulier du plan ?

→ Qu'est-ce qu'un polygone régulier ?

*Réponse des élèves* : tous les côtés sont égaux.

Le professeur précise que, pour être régulier, il faut pouvoir tracer un cercle passant par tous les sommets du polygone ; ce qui élimine le losange.

Les élèves trouvent alors les trois figures qui permettent de réaliser un pavage : triangle équilatéral, carré, hexagone régulier.

Un élève propose : et l'octogone régulier ? Le professeur lui demande de réaliser un « tel pavage » pour le prochain cours.

Les élèves travaillent ensuite sur la fiche : pavages réguliers (voir annexe 2).

Le travail est individuel sur la partie 1.

*A noter l'échange suivant :*

- On ne sait pas construire un hexagone régulier.
- Je suis certaine que vous avez déjà effectué une telle construction à l'école primaire.
- Ah oui, on fait une rosace.

Par groupe de 4 les élèves s'attaquent à la partie 2 de la fiche (pendant 15 à 20 minutes).

Le professeur procède ensuite à une **mise en commun** :

- On a eu du mal pour compter toutes les figures car certaines sont coupées.
- Oui mais on peut assembler certains morceaux.
- "Ça tombe pas juste".

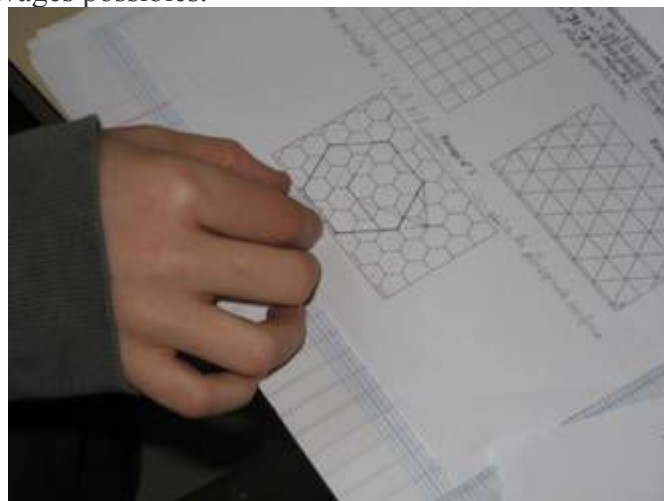
Le professeur demande : peut-on néanmoins conclure ?

- Il y a plus de triangles et il y a moins d'hexagones.

**Conclusions :**

- **Dans un même cadre et pour un même périmètre, c'est l'hexagone régulier qui a la plus grande surface.**
- **Les angles de l'hexagone sont tous obtus ; cela facilite le passage des abeilles.**

**A noter que** la notion de pavage n'a pas posé problème : les élèves l'ont défini comme "des figures qui recouvrent toute la feuille sans laisser de trous". Aucune difficulté n'a été soulevée sur d'autres pavages possibles.



## Compte rendu de la 2<sup>ème</sup> séance

Le but de cette séance est de déterminer la taille d'une alvéole.

Un travail individuel est proposé pour préciser ce que signifie « la taille d'une alvéole » ? (voir fiche en annexe 3).

S'ensuivent des échanges entre la classe et l'enseignante :

- J'ai mesuré un côté et j'ai calculé le périmètre.
- J'ai mesuré une diagonale.
- Laquelle ?
- Un diamètre du cercle.
- Faut-il mesurer un côté, une diagonale, un diamètre du cercle (circonscrit)?

**Tous les élèves se mettent alors d'accord pour mesurer un diamètre du cercle circonscrit à l'hexagone : ce diamètre sera "la taille d'une alvéole".**

*Comme nous l'avons dit, nous avons implicitement admis que toutes les alvéoles avaient même taille.*

Par groupe de 4, les élèves poursuivent leur travail ; une plaque de cire gaufrée est distribuée à chaque groupe. Les élèves suivent la progression de la fiche fournie en annexe 3.

Lors de la **mise en commun**, tous les résultats dans un même groupe se révèlent identiques (les résultats individuels étaient différents mais lorsque les élèves ont rendu leur fiche toutes les différences avaient été gommées) !

*L'influence du groupe (du leader du groupe ?) semble évidente ; par ailleurs, les élèves savent qu'en maths, il n'y a le plus souvent qu'une bonne réponse ! Nous n'avions pas prévu ce « lissage ». Pour une autre mise en œuvre, on pourrait demander aux élèves de fournir chacun leur réponse. Au sein d'un même groupe, c'est la même alvéole qui est mesurée : la variabilité est celle de la mesure.*

- Quelle est la précision de ces mesures ?
- Au mm près.

Nous avons là aussi décidé de ne pas remettre en question, pour cette première approche, cette assertion que la mesure est au mm près.

Les résultats de chaque groupe sont inscrits au tableau :  $4\text{mm} \pm 1\text{mm}$  ;  $5\text{mm} \pm 1\text{mm}$  ;  $6\text{mm} \pm 1\text{mm}$  .

- Si l'on tient compte des résultats de toute la classe nous dirons que la taille d'une alvéole est comprise entre 3 mm et 7 mm !
- Nous pouvions presque donner ce résultat sans effectuer de mesure !

*Là encore signalons qu'aucun élève n'a soulevé de question liée au fait que les mesures des groupes portaient sur des alvéoles distinctes. Par ailleurs, est-ce que pour eux, ces quelques mesures permettent d'affirmer que toutes les alvéoles ont entre 3 et 7 mm de diamètre ? Il serait intéressant de revenir sur ce sujet dans des classes ultérieures, notamment quand on introduit la notion de moyenne.*

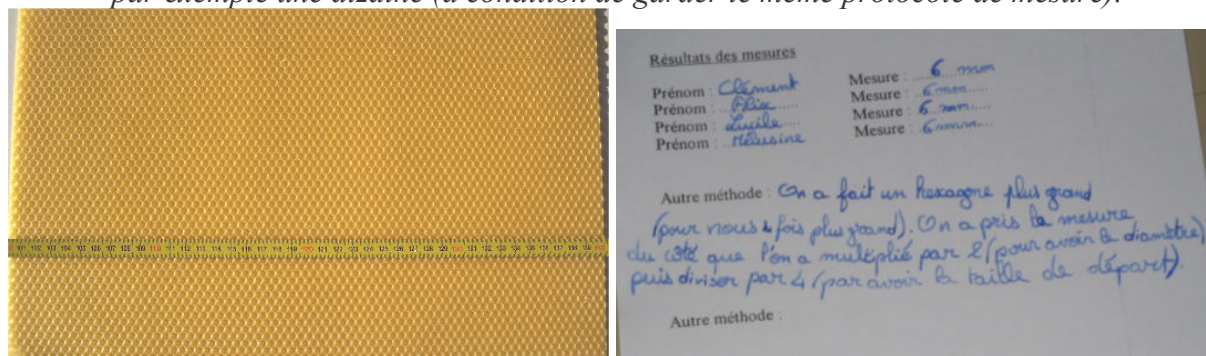
La question relative à des méthodes qui permettraient d'améliorer la précision est difficile à appréhender pour les élèves :

- J'ai mesuré un côté et j'ai multiplié par 2 pour obtenir le diamètre
- Est-ce plus précis ?
- Non
- Moi j'ai pris 4 alvéoles, j'ai mesuré les 4 et j'ai divisé.

- J'ai mesuré la longueur de la plaque de cire et j'ai essayé de compter le nombre d'alvéoles mais il y en a beaucoup et je n'ai pas fini.

L'objectif était ici, en sixième, de montrer

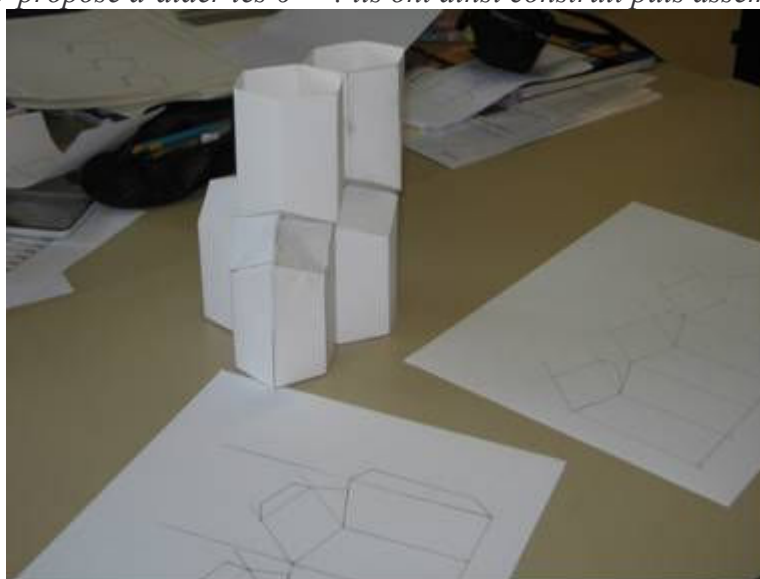
- d'une part qu'il y a de nombreux "protocoles" de mesures et qu'il n'est pas simple de les comparer,
- d'autre part que l'on gagne en précision sur la mesure d'une alvéole en mesurant par exemple une dizaine (à condition de garder le même protocole de mesure).



### Compte rendu de la 3<sup>ème</sup> séance

Cette séance a été menée en fin d'année, après le chapitre de géométrie dans l'espace

Durant une heure de cours avec sa classe de 4<sup>ème</sup>, seuls, 8 élèves étaient présents ; le professeur leur a proposé d'aider les 6<sup>ème</sup> : ils ont ainsi construit puis assemblé 5 alvéoles.



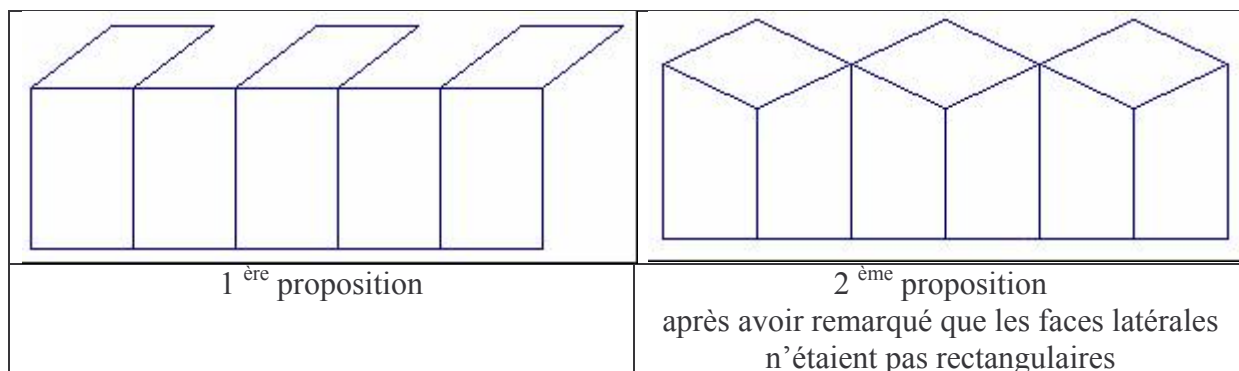
a

La séance commence par l'observation de 3 photos représentant un assemblage d'alvéoles (voir annexe 6). Le professeur décrit l'ouverture de l'alvéole, puis le fond (3 losanges qui font séparation entre une alvéole et 3 alvéoles d'un autre côté du cadre). Il montre ensuite la réalisation des élèves de 4<sup>ème</sup>.

Chaque élève doit alors tracer à main levée le patron d'une alvéole.

Lors de la **mise en commun**, tous les élèves avaient dessiné des rectangles et des losanges.





Le professeur leur distribue ensuite un patron (annexe 7) : les élèves doivent le reproduire, placer des languettes pour le collage puis le découper... avant de chercher à compléter l'assemblage réalisé par les élèves de 4<sup>ème</sup>.

## Conclusion

Durant ces séances, l'intérêt des élèves n'a pas faibli : le thème lui-même (les abeilles), sa transversalité par rapport au cours (calculs, géométrie, mesures y apparaissent simultanément) et son introduction originale (la visite d'un rucher) y ont largement contribué. Les séances 1 et 3 ont permis de réinvestir des outils géométriques de façon pertinente et riche (le raisonnement utilisé pour montrer que l'hexagone donne une aire maximum n'est pas immédiat : il semble avoir été compris par bon nombre d'élèves de la classe).

A la séance 2, la notion de « variabilité des mesures », déroutante au premier abord, a finalement semblé naturelle à la majorité des élèves (elle n'a pas été nommée explicitement durant cette séance, mais cela pourrait être fait dès la classe de 6<sup>ème</sup>, à condition de trouver la terminologie adéquate) : c'est un premier pas, important pour la culture scientifique des élèves, sur lequel il faudra revenir les années ultérieures.

Quelques mots enfin pour comprendre pourquoi les abeilles construisent des alvéoles formant un pavage régulier hexagonal. Les abeilles forment des alvéoles pour y élever leurs larves. La reine pond un œuf dans chaque alvéole. Celui-ci éclot et il en sort une larve qui grandit jusqu'à se transformer (métamorphose) selon un processus qui aboutit à un adulte.

Chaque larve vit dans un alvéole ; plus celui-ci est rond, moins il y a de place perdue ; la première qualité d'un alvéole est d'avoir la bonne taille : un « diamètre » assez grand pour la contenir mais pas plus (la place ne serait pas utilisée au maximum). Mais des alvéoles ronds conduiraient à des vides, donc à une perte de place. Pour éviter de tels interstices, les alvéoles doivent paver le plan ; comme les larves d'ouvrières sont de la même taille, un pavage régulier (alvéoles identiques) optimise la place occupée.

Le pavage hexagonal est optimal : non seulement c'est le polygone régulier « le plus proche du cercle » parmi ceux qui permettent de paver le plan, mais, de plus, on démontre que le pavage hexagonal est, parmi les pavages réguliers, celui qui, pour une longueur donnée des bordures des alvéoles, enclot la plus grande surface possible. Ainsi le pavage hexagonal régulier correspond à une utilisation optimale de l'espace et à une utilisation économe de la cire fabriquée par les abeilles.

Fabriquer de telles alvéoles permet aux abeilles d'avoir le maximum de descendants. Des abeilles s'y prenant autrement, moins efficaces, auraient sans doute été éliminées. On peut ainsi penser que les alvéoles actuelles sont le résultat de l'évolution.