TD – TS – 30/05/06

Un TP réalisé en classe à l'aide du CRAB (Compteur de Radioactivité Beta) consiste à compter pendant plusieurs intervalles de temps identiques, le nombre de désintégrations enregistrées par le capteur placé près d'une source de Césium 137. Cette grandeur enregistrée est proportionnelle à l'activité (nombre de désintégrations par seconde) de la source.

1. Rappeler la signification de la formule $\Delta N = -\lambda N \Delta t$.

> Cinq cent trois mesures ont été réalisées à l'aide d'un CRAB (source à 4,5 cm du compteur, pas d'écran, Δt = 1s). On a observé jusqu'à 25 désintégrations pendant ces intervalles de temps.
>
> Le tableau qui suit, donne pour des entiers n de 0 à 25, le nombre d'intervalles de temps pendant lesquels on a observé n désintégrations.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	total
0	1	0	1	1	5	3	7	16	31	42	53	53	41	56	59	39	27	27	5	17	8	1	5	3	2	503

A l'aide d'un tableur, faire un graphique, calculer m, le nombre moyen de désintégrations puis l'écart-type.
Données présentes à l'adresse : http://grf-mp.site.ac-strasbourg.fr/desintegration/td-crab503-selestat.xls

2. On suppose que :
- chaque noyau a la même probabilité p de se désintégrer pendant un intervalle de temps Δt
- cette probabilité p ne dépend pas du moment de l'observation
- que les désintégrations sont indépendantes les unes des autres.

Le but de ce TD est de vérifier si les données ci-dessus sont compatibles avec ces hypothèses.

Si ces hypothèses sont vérifiées, le nombre de noyaux qui se désintègrent pendant cet intervalle de temps suit une loi binomiale de paramètres N et p où N est le nombre de noyaux.

a) Exprimer en fonction de N et p l'espérance μ de cette loi et la variance σ^2.

b) Donner un ordre de grandeur de N. Sachant que l'espérance μ peut être approchée par la moyenne empirique m, donner un ordre de grandeur de p.

c) Que peut-on dire alors de μ et σ^2 ?

d) Comparer la moyenne et l'écart-type de l'échantillon. Est-ce en accord avec le résultat de la question **c)** ?

3. Approximation de la loi binomiale quand N est grand et p petit.

a) Rappeler l'expression de la probabilité p_k d'observer k désintégrations.

b) Expliquer pourquoi $\binom{N}{k}$ est très proche de $\dfrac{N^k}{k!}$ lorsque N est grand devant k.

c) Donner l'approximation affine de $\ln(1-p)$.

d) En déduire une approximation de $(N-k)\ln(1-p)$ puis de $(1-p)^{N-k}$.

e) Déduire de **a)** et de **c)** que la probabilité qu'il y ait k désintégrations est approximativement :

$$p_k = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}.$$

4. En prenant m comme approximation de μ, rajouter au graphique de la question **1.** le diagramme en bâtons donnant le nombre de désintégrations attendues. Comparer aux données expérimentales obtenues.