ACADEMIE DE GRENOBLE

Année universitaire 2005 – 2006

MEMOIRE PROFESSIONNEL PE2/PLC2

ENTRE HASARD ET DETERMINISME :
Un jeu de dé pour approcher l'aléatoire en cycle 3

Présenté par

DAMIEN (ep PINET) Isabelle

CASTEBERT (ep BLEIN) Christelle

Discipline : Mathématiques

Responsable du mémoire : M Gérard GERDIL-MARGUERON

INTRODUCTION

Que notre binôme s'oriente vers un mémoire professionnel sur l'aléatoire était … peu probable ! Toutes deux de formation littéraire, notre première intention était de travailler dans le domaine de l'histoire, de la géographie, du français ou des langues. Mais, conscientes que notre futur métier est par essence pluridisciplinaire, nous avons choisi le domaine scientifique dans lequel nous avions beaucoup plus à apprendre, tant en termes de connaissances qu'en termes didactiques.

L'orientation vers les mathématiques est moins rationnelle et doit plus au hasard des rencontres. Au sein de l'atelier « apprentissages mathématiques et résolution de problèmes », nous avons trouvé une équipe qui proposait de travailler sur des thèmes en prise avec les recherches de chacun: la géométrie pour Gérard Gerdil-Margueron et Josiane Reboulet, l'aléatoire pour Claudine Schwartz. Dès lors, les interactions possibles entre ces travaux et notre mémoire semblaient conférer à celui-ci un intérêt qui dépassait le « passage obligé » de la formation du professeur des écoles.

Le choix de l'aléatoire relève quant à lui au départ de la curiosité et peut-être du défi à nous-mêmes. Les encouragements de Claudine Schwartz ont fait le reste. Ce domaine présente en outre des particularités, par rapport à la géométrie ou au domaine numérique : l'introduction d'une initiation aux phénomènes entachés d'incertitude pour les élèves de primaire et de collège est une question d'actualité dans de nombreux pays, dont la France; mais la question du « comment ? » n'est pas résolue. De plus, les travaux de recherche sont récents et principalement en langue anglaise. Les conditions de notre expérimentation différaient donc sensiblement de celles de nos collègues engagés sur d'autres thèmes.

Il découle de tous ces éléments que, si des personnes avaient des attentes vis-à-vis de notre travail, nous en avions aussi :

- Faire « l'expérience d'expérimenter » avec des élèves sur un sujet nouveau aussi bien pour eux que pour nous.
- Nous former sur des notions auxquelles nous n'avions pas ou peu été amenées à réfléchir auparavant : les notions de chances égales, de prévision en milieu aléatoire, les problèmes de représentation de données…

Dans une première partie, nous présenterons le contexte dans lequel se pose la question d'une sensibilisation à l'aléatoire au cours de la scolarité et tenterons de faire état des travaux de recherche sur le sujet. Dans une seconde partie, nous exposerons l'expérimentation que nous avons menée, les difficultés rencontrées et les apprentissages que l'activité proposée a permis de mener à bien.

I. CONTEXTE ET ETAT DES LIEUX

1.Pourquoi une sensibilisation à l'aléatoire au cours de la scolarité ?

Alors que certains s'inquiètent de « l'analphabétisme statistique », que d'autres affirment que « *le bon sens statistique est ce qui manque le plus dans notre pays* » (J.Jacques Duby), il convient de s'interroger sur les fonctions remplies par cette science pour en reconnaître et donc mieux en mesurer les enjeux.

Selon R.Gras, cité par les auteurs d'un article de la revue Repères consacré à l'enseignement de cette discipline en Communauté Française de Belgique, « *les probabilités et les statistiques remplissent des fonctions essentielles de trois ordres :socioculturel, épistémologique et didactique.* »

Les fonctions socioculturelles *contribuent à privilégier l'individu social, le citoyen : mise à distance critique des informations recueillies et/ou traitées, autonomie plus grande vis-à-vis de ces traitements, résistance objective à l'égard des jeux de hasard, préparation à la vie professionnelle.*

Les fonctions épistémologiques *permettent de mettre l'accent sur la différence entre le mode de raisonnement déterministe et le mode non déterministe, entre le raisonnement déductif (convergent) et le raisonnement inductif (divergent). Elles conduisent à privilégier une démarche structurante, clarifiante (coder l'information, passer d'un critère à une typologie, discriminer des critères…) à la réduction raisonnée de l'information par une maîtrise de données numériques abondantes et surtout à privilégier le développement de l'attitude et de la démarche scientifique.*

Sur le plan didactique*, un enseignement des probabilités et des statistiques non dogmatique se nourrit de situations favorables à l'enjeu, au défi, à la conjecture, aux changements de registres et de cadres, aux relations inter-conceptuelles et interdisciplinaires, à la mathématisation (modélisation, formalisation).* »

A ces fonctions, il est possible d'associer des enjeux : enjeu pour la démocratie, enjeu pour les sciences, enjeu pour l'enseignement. Il s'agit là d'enjeux forts qui amènent à plaider pour une systématisation de l'initiation aux phénomènes aléatoires, aux probabilités et aux statistiques dans l'enseignement.

● L'enjeu civique :

Les statistiques sont omniprésentes dans le monde d'aujourd'hui :

- Dans notre langage d'abord, qui emprunte aux statistiques beaucoup de termes employés ou entendus quotidiennement : moyenne, estimation, sondage… Le mot « moyenne », par exemple, est connu de tous. Cependant, quand un individu l'entend, il l'interprète souvent comme une médiane (50% des valeurs de chaque coté) alors que les deux termes ne tendent à être synonymes que si la distribution statistique présente une symétrie. En outre, pour parler de paramètres de tendance centrale, la moyenne n'est pas systématiquement l'outil le plus adapté pour saisir une réalité. Ainsi, calculer la moyenne des salaires dans une entreprise donnée est peu pertinent car d'éventuelles valeurs extrêmes, comme les salaires des dirigeants, ne permettent pas toujours de rendre compte de ce que gagnent la majorité des salariés. Dans ce cas, la médiane est un outil plus approprié mais le terme est peu connu du grand public. Au contraire du mot « moyenne », certains termes appartenant au langage courant des statisticiens, comme intervalle de confiance… restent mystérieux pour le non-spécialiste et, de fait, n'apparaissent pas souvent en accompagnement des données exposées.

- Dans les médias, qui utilisent abondamment les techniques de représentation des statistiques (graphes, histogrammes, camemberts…) pour illustrer ou alimenter par exemple les articles de presse.
- Dans les sphères décisionnelles qui se fondent entre autres sur les statistiques pour prendre ou justifier d'une décision.
- Dans l'industrie, où le contrôle industriel comme nombre d'opérations (autorisations de mise sur le marché pour l'industrie pharmaceutique…) se base sur les statistiques.
- Dans le domaine scientifique où l'étude de phénomènes entachés d'incertitude amène à ne plus raisonner systématiquement selon une conception exclusivement déterministe. Confrontées à l'analyse de phénomènes aléatoires, tous les domaines des sciences expérimentales et humaines font appel à la théorie statistique et les domaines d'application sont très nombreux. De plus, la recherche dans de nombreuses sciences, exploite de plus en plus des méthodes statistiques ainsi que des résultats de simulations aléatoires.
- Dans le quotidien enfin, car, qui n'a pas un jour ou l'autre tenté sa chance dans un jeu de hasard ? Or, une polémique est née récemment (voir Télérama n° 2928 du 22/02/2006) de l'enquête d'un journaliste qui met en cause les pratiques de la Française des Jeux. Cette enquête révèle que la répartition des lots des jeux de grattage ne serait pas aléatoire, contrairement aux déclarations de la Française des Jeux. Ainsi, les lots seraient répartis à raison d'un lot gagnant par carnet de soixante-quinze tickets. Le principe même des jeux de hasard est dès lors perverti dans la mesure où, dans certains cas, le joueur, au moment où il achète son ticket, n'a déjà plus aucune chance de gagner !

On mesure dès lors la difficulté que représente, pour l'individu comme pour toute société démocratique, une maîtrise insuffisante d'éléments de base en statistique :

- voir les individus n'avoir aucune prise sur leur environnement, faute d'en appréhender la réalité et les évolutions livrées sous forme statistique.
- voir des décideurs, par ignorance ou malveillance, donner une lecture erronée de statistiques, et donc manipuler les citoyens.
- Voir les statisticiens, du fait de l'absence de « culture probabiliste » de leur lectorat ou de leur auditoire, contraints de gommer les difficultés inhérentes à toute interprétation statistique et, ce faisant, risquer de présenter des résultats qui ne seront pas compris.

● L'enjeu pour l'enseignement :

L'enjeu semble double : d'une part, comme le souligne le rapport Crockcroft, l'enseignement des statistiques ne vise pas seulement l'apprentissage des formules ou de graphiques : « *la statistique n'est pas seulement un ensemble de techniques, c'est une disposition d'esprit, une manière d'appréhender les données, qui reconnaît notamment l'existence de l'incertitude et de la variabilité de l'information et de la collecte des données.* »

D'autre part, il permet l'apprentissage du raisonnement inductif car il propose une description probabiliste de la réalité et est donc en cela complémentaire d'autres domaines qui se basent sur un raisonnement déterministe où tout est logique et certain.

Tous ces enjeux amènent nombre de chercheurs et de professeurs à plaider pour une initiation statistique dans toutes les filières de l'enseignement secondaire, pour « *une familiarisation plus précoce des élèves avec les situations aléatoires réelles* » (Michel Henri dans « Les actes du séminaire Didatech). Certains pensent même que cette initiation doit commencer au primaire.

Les arguments développés relèvent pour beaucoup de l'enjeu «citoyenneté». Mais il est aussi question d'introduire de bonne heure des modes de pensée qui évitent de se restreindre exclusivement aux situations déterministes, et permettent de développer dès le plus jeune âge une attitude d'expérimentation et de questionnement. Cela se fait déjà dans le domaine des sciences physiques et SVT avec le mouvement initié par G.Charpak « La main à la pâte ».

2. La genèse de l'idée de hasard

Comme la construction d'un mode de pensée pertinent pour appréhender des phénomènes variables semble aujourd'hui incontournable, il est intéressant de voir si de tels modes de pensée naissent « naturellement », en dehors de situations d'enseignement.

Les psychologues Piaget et Inhelder, dans un ouvrage intitulé La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant, écrit en 1951, cherchent à savoir si l'intuition de la probabilité, qui paraît comme le bon sens pour Descartes « la chose au monde la mieux partagée », est primitive ou si elle se construit à un certain niveau mental. Dans ce dernier cas s'ajoute la question de savoir comment se déroule son acquisition. Les auteurs mettent en place une série d'expériences avec des enfants d'âges différents et étudient leurs réponses. Les enfants observent, manipulent parfois, et sont amenés à faire des prévisions : ces prévisions peuvent être demandées avant de faire fonctionner le dispositif ou en cours d'expérience. On demande aux enfants de prévoir le déplacement de billes (à l'oral ou en faisant un dessin), de prévoir quelle face d'un jeton apparaîtra si on le lance, de prévoir ce qui se passerait si on multipliait les coups (grands nombres)… Voici succinctement décrits les neuf dispositifs mis en place :

Les trois premiers visent à comprendre comment se forment les aspects physiques de la notion de hasard.

- Le 1^er^ concerne les notions de mélange et d'irréversibilité. Il s'agit d'une boite rectangulaire reposant selon son axe transversal sur un dispositif permettant de le faire basculer, de 8 perles blanches et 8 perles rouges alignées et séparées par une petite cloison. On imprime à la boite une série de mouvements de bascule qui amène les perles à se mélanger progressivement.
- Le 2^ème^ concerne les notions de distributions symétriques (distribution de Gauss) et de distributions uniformes. Deux expériences sont proposées : la première est un plan incliné en bois avec une ouverture en entonnoir par laquelle on introduit des billes et des casiers. La seconde est l'imitation de gouttes de pluie sur des dalles carrées.
- La 3^ème^ concerne le partage entre ce qui est fortuit et ce qui ne l'est pas. Il s'agit d'une tige horizontale reposant en son milieu sur un pivot vertical et tournant sur elle-même un certain nombre de fois, le tout disposé sur un cercle divisé en secteurs égaux. Ce dispositif est ensuite truqué (poids posés sur les secteurs, aimant)

Les dispositifs suivants visent à étudier les réactions des sujets de différents âges face au tirage au sort et aux « miracles » constitués par des dispositifs truqués.

- Le 4^ème^ dispositif concerne les réactions au jeu de pile ou face, truqué ou non. Deux expériences sont mises en place. La première comprend des jetons blancs avec une croix sur un côté et un cercle sur l'autre ou des jetons comportant des croix des 2 côtés (trucage). La seconde comprend un sac contenant des billes rouges et des billes bleues ou uniquement des boules bleues (trucage).
- Le 5^ème^ dispositif concerne le concept combinatoire de mélange. Il s'agit de tirage au sort de couples. On propose dans un sac une collection nombreuse d'éléments A, un peu

moins de B, encore moins de C et très peu de D. A,B,C,D étant des billes de couleurs différentes.

- Le 6ème dispositif concerne la quantification des probabilités avec 2 petites collections de jetons blancs avec ou sans croix au verso.

Les derniers dispositifs étudient comment la formation des idées de hasard et de probabilité dépend de l'évolution des opérations combinatoires elles-mêmes.

- Le 7ème dispositif concerne les opérations de combinaison ave un ensemble de jetons à combiner.
- Le 8ème dispositif concerne les opérations de permutation avec 3 ou 4 jetons de couleur.
- Le dernier dispositif concerne les opérations d'arrangement avec un jeu de 78 cartes dont 26 portant le chiffre 1, 26 portant le chiffre 2 et 26 portant le chiffre 3.

Pour chacune de ces expériences, Piaget et Inhelder concluent que :

- Avant 7 ans (stade 1), l'enfant ne possède pas la notion de hasard : l'idée de mélange lui est étrangère, il ne conçoit pas la notion de distributions centrées ou uniformes, rien ne l'étonne, ses prévisions ne sont pas fonction de combinaisons possibles.
  A cet âge, l'enfant suppose une raison à tout, il cherche l'ordre et les causes.
- De 7 à 11 ans (stade 2) : c'est le stade de la conquête du hasard : l'idée de mélange émerge, il conçoit les distributions d'ensemble, il comprend l'uniformité de la dispersion, il a l'intuition des régularités, il commence à quantifier les probabilités, il recherche l'existence de systèmes.

Mais, s'il conçoit le fortuit et différencie le nécessaire du simplement possible, il n'a qu'un sens global des probabilités. Il lui manque la compréhension de la proportionnalité et du rôle des grands nombres. Procédant par « opérations concrètes », il ne parvient à raisonner que sur des données manipulables, c'est-à-dire qu'il peut voir et toucher, ou, au moins, représenter dans le détail.

- A partir de 12 ans (stade 3) : il a une intuition de la loi empirique des grands nombres, il commence à quantifier les probabilités, il pense aux différences relatives et non plus absolues, il a une conception de la proportionnalité des différences, il est capable d'une démarche méthodique.

Ces stades, repérés par Piaget et Inhelder lors de leur questionnement sur l'idée de hasard, rejoignent ceux précédemment décrits pour d'autres opérations, notamment les opérations logico-arithmétiques élémentaires. Leur concordance est d'ailleurs soulignée dans l'ouvrage.

Les travaux de Piaget et Inhelder ont été contestés par Fischbein, dont le postulat de départ diffère. Si les premiers constatent un développement « spontané » des concepts et n'évoquent pas les effets possibles d'expériences faites par les enfants ni d'un enseignement, le second part du postulat que l'enfant possède une compréhension pré conceptuelle à la fois des fréquences relatives et des probabilités, basée sur des fondements intuitifs et que la transformation de ces intuitions en des concepts opératoires peut se faire par le biais d'un enseignement. « *Fischbein is looking for the existence of partially-formed probability concepts whereas Piaget is observing the lack of completed concepts* » (Hawkins & Kapadia 1984 p.352 cité par H.Drier dans "The probability explorer…") (traduction n°1 annexe 12)

Piaget et Fischbein paraissent donc s'opposer. Cependant, on peut rappeler qu'une des idées centrales de Piaget est que l'intelligence prend sa source dans l'action que le sujet exerce sur son environnement. En d'autres termes, pour Piaget, l'action fait grandir. On peut sans doute en conclure que l'objet du travail de Piaget et Inhelder était de constater le développement spontané de concepts relatifs à l'aléatoire et non d'observer les effets d'un enseignement, ce qui ne signifie pas qu'ils nient l'intérêt d'un enseignement ou de manipulations par les enfants. En effet, comme le rappelle Constantin Xypas dans son ouvrage « Piaget et l'éducation », la thèse fondamentale de la psychologie éducative de Piaget est que l'enfant se construit « autant dans l'interaction avec les objets physiques que dans l'interaction avec les personnes ».

Le modèle piagétien du développement a souvent fait l'objet d'interprétations divergentes, comme l'expliquent Michel Develay et Jean-Pierre Astolfi dans « La didactique des sciences »: concernant les démarches expérimentales par exemple, certains estiment, qu'au regard des stades piagétiens, on ne pouvait les faire pratiquer aux jeunes élèves puisqu'ils ne pouvaient mener de raisonnement hypothético-déductif. D'autres, au contraire, soutiennent que « *la genèse des structures cognitives ne s'effectue pas sui generis, hors de toute pratique susceptible de l'activer* ».

Les travaux de Piaget et Inhelder sur l'idée de hasard n'échappent pas à ce débat.

Par ailleurs, Piaget accorde une grande importance à la combinatoire. Or, selon Claudine Schwartz, *« Voir la combinatoire comme conception première et fondamentale en probabilité constitue un point de vue que de nombreux probabilistes ne partagent pas. A mon avis, cette vision combinatoire bloque encore sans doute l'idée qu'on se fait d'une sensibilisation à l'aléatoire. Aborder le hasard à travers des choses aussi difficiles que l'élaboration exhaustives d'issues possibles d'une expérience, ou la notion de mélange, ou celle de distribution de probabilités, amène nécessairement à dire que la genèse de ces* *capacités est tardive ! Par contre prendre conscience de la variabilité, du fait qu'un dé n'a pas de mémoire, élaborer une intuition a propos des notions de « chances égales ou inégales », puis expérimenter, éventuellement à l'aide de simulations, des situations ou des régularités apparaissent, semble réalisable plus précocement.*

On notera aussi, pour ce qui est de l'enseignement, que certains auteurs, dont Maria Meletiou-Mavrotheris, ont dénoncé la tradition formaliste de l'enseignement des mathématiques comme inhibitrice pour la genèse ou la consolidation de la notion de hasard. Cette tradition conduirait à penser de manière exclusivement déterministe et à développer des explications causales y compris pour des phénomènes entachés d'incertitude. Fischbein (1975) note également que, bien que les intuitions statistiques existent dès le très jeune âge, elles sont laissées en friche par la scolarisation. La raison pour laquelle l'intuition statistique resterait en dehors du développement intellectuel résiderait dans l'accent mis uniquement sur le raisonnement déductif.

On peut encore citer D.R. Green, qui dans un article sur les concepts de chance et de probabilité affirme : *"The child is taught that explanation consists in specifying a cause. That a scientific prediction must be a certainty, that ambiguity and uncertainty are not acceptable in scientific reasoning, and so on. Even if it is not explicitely stated , it is implied in all what is called in schools."* (D.R Green dans "The chance and probability concepts project") (traduction n°2 annexe 12)

3. La place de l'aléatoire dans les programmes scolaires

● En primaire :

Les programmes de l'école primaire n'évoquent l'aléatoire que dans le document d'application, dans un commentaire de la partie « organisation et représentation de données numériques ».

Citons in extenso ce commentaire : *« Quelques exemples de phénomènes aléatoires peuvent être proposés dans la perspective de faire apparaître des régularités (par exemple, lancers d'une pièce ou d'un dé, lancers de deux dés dont on fait la somme). »*

Roland Charnay, qui figure parmi les rédacteurs des programmes 2002, nous a donné quelques précisions sur les objectifs poursuivis :

> « *L'objectif n'est pas un premier enseignement de l'aléatoire. Il s'agit seulement de suggérer aux enseignants que l'étude de tels phénomènes est une occasion d'une part de travailler cet aspect du programme (recueillir, organiser, traiter, interpréter des données) et de sensibiliser les élèves au fait que des phénomènes aléatoires peuvent manifester des régularités.*

C'est aussi l'occasion de travailler sur les nombres (d'utiliser éventuellement les fractions) et sur les calculs.
Et enfin, de confronter modestement les élèves à un domaine souvent « manipulé » par les médias.
Pourquoi n'être pas allé plus loin ? Essentiellement par manque d'études récentes sur ce qui est possible à ce niveau de la scolarité. Les perspectives : il est envisagé (mais non arrêté encore) que le programme de 3ème de collège s'intéresse à ce sujet en intégrant une compétence relevant de l'aléatoire (mais rien n'est encore décidé).
Pour aller plus loin, aussi bien au niveau primaire qu'au niveau collège, il faudrait que des études montrent la possibilité et l'intérêt de cette approche plus précoce, dont l'intérêt me paraît certain. »

Parmi les manuels du primaire, seul « Cap Maths » reprend la suggestion des Programmes 2002 et propose quelques activités en rapport direct avec l'aléatoire.
Ces activités sont proposées dans la partie « banque de problèmes » d'une unité sans que l'unité en question aborde l'aléatoire en tant que tel.

Roland Charnay, auteur de ce manuel, a bien voulu nous livrer les explications suivantes : « *Le choix découle de la position dans le programme. Ce n'est ni un contenu ni une compétence du programme, mais une suggestion d'activité possible. Il n'y a donc pas lieu d'envisager un apprentissage spécifique. Mais c'est une source de problèmes possibles (…). D'où la position dans la banque de problèmes, à un moment (dernière partie du CM2) où les élèves disposent d'outils permettant un premier traitement de ces situations.*
Les activités choisies correspondent soit à des activités banales (jeu 1 et jeu 2 pour tenter de montrer que chaque lancé est aléatoire, mais que sur un grand nombre, des « régularités » apparaissent), soit à des activités déjà expérimentées (les jeux 3 et 4 sont inspirés de Glaymann et Varga dans Les probabilités à l'école*). Ces activités sont également choisies parce que, dans chaque cas, une « explication » (et même une anticipation) du phénomène est possible. D'autres choix auraient bien entendu été possibles. (voir annexe 1 a,b,c)*
Quant aux objectifs, succinctement décrits dans le guide de l'enseignant, ils sont d'une part de sensibiliser les élèves aux phénomènes aléatoires, d'autre part de réinvestir des outils mathématiques étudiés précédemment. »

Si l'on sent une volonté d'introduire une sensibilisation à l'aléatoire dans les programmes du 1er degré, il reste donc à en préciser le contenu et les liens avec l'ensemble des programmes : Les liens seront-ils faits avec le programme de mathématiques spécifiquement ou plus globalement avec une démarche d'investigation transversale pour l'enseignement des sciences ?

● En collège :

Les programmes de collège n'évoquent pas l'étude des phénomènes aléatoires. Les mots « hasard » et « aléatoire » en sont d'ailleurs totalement absents. En revanche, les élèves sont initiés à la lecture de tableaux de données (continuité avec le primaire), et en fin de troisième, doivent avoir « acquis des éléments de base en statistiques, en vue d'une première maîtrise des informations chiffrées ». Les compétences exigées sont les suivantes : « Une série statistique étant donnée (sous forme de liste ou de tableau ou par une représentation graphique), proposer une valeur médiane de cette série et en donner la signification. Une série statistique étant donnée, déterminer son étendue ou celle d'une partie donnée de cette série ».

Cette absence a fait réagir les membres de la Commission Inter-Irem « Statistique et Probabilité » qui, dans un article publié dans la revue Repère, se sont interrogés sur la place de l'aléatoire au collège. Leur inquiétude porte sur le fait que *« les élèves aborderont les probabilités au lycée sans avoir rencontré les phénomènes aléatoires autrement que par leur expérience sociale. On peut se demander quelles conceptions naïves (justes ou erronées) ils se seront faites alors du hasard et quelles conséquences cela aura pour l'apprentissage des probabilités.* »

Partant d'une expérience menée dans une classe de cinquième portant sur la chance à la loterie, sur des lancers de pièces de monnaie et de dés, ils relèvent quelques indications sur les idées préconçues des élèves, et notamment : « *les élèves de cinquième ont déjà des idées assez précises sur le hasard, qu'ils se sont construites progressivement (...). Ces idées ne sont pas toujours en accord avec ce qui pourrait être observé lors d'une expérimentation.* »

Les auteurs de l'article pointent le risque de voir s'ancrer ces représentations erronées, qui pourraient par la suite devenir un obstacle à l'apprentissage.

Ils plaident pour que soit introduite au collège, en parallèle avec l'initiation aux démarches statistiques, la notion d'aléatoire.

Par ailleurs, ils montrent que certains de nos voisins européens, comme l'Italie et Espagne ont introduit la notion d'aléatoire dans leurs programmes de collège mais que la démarche est plutôt transmissive avec des notions comme l'équiprobabilité qui sont postulées sans être expérimentées réellement par les élèves.

Cela les amène à proposer un contact précoce (classe de quatrième) des élèves avec des phénomènes aléatoires par le biais de manipulations et de jeux afin de les faire réfléchir sur les questions d'imprédictibilité des résultats, d'expérience aléatoire, de probabilité. Ils aborderaient ainsi les probabilités au lycée en ayant une expérience réelle de l'aléatoire.

● **Au lycée :**

Les programmes de lycée introduisent l'aléatoire en classe de seconde où il est prévu que le chapitre « statistique » se voit consacré environ un huitième du temps. Ils ne précisent pas comment les élèves reconnaîtront le caractère aléatoire d'un phénomène et semblent se fier à leur expérience sociale. Des expérimentations sont cependant prévues, avec la tenue d'un cahier d'expériences spécifique qui peut suivre les élèves tout au long des trois années de lycée. Cependant, ce sont les simulations à l'aide de générateurs de hasard qui sont privilégiées sur la manipulation simple. On peut donc se demander si les simulations ne seront pas trop abstraites pour des élèves qui n'auraient jamais fait de manipulations précédemment dans leur scolarité.

Dans leur ouvrage intitulé Les probabilités à l'école, Glaymann et Varga s'interrogent dès 1973 sur cette découverte tardive, par les élèves du lycée, des phénomènes aléatoires. Ainsi donc, tout à coup, en mathématiques, il y aurait quelque chose entre le « vrai » et le « faux », le « peut-être » ! En outre, ce domaine des mathématiques touche à bien des aspects de la vie courante, ce qui peut concourir à donner du sens aux apprentissages mathématiques que les élèves de lycée s'accordent souvent à trouver très abstraits.

S'ajoutent à ces difficultés le fait que l'introduction des statistiques est relativement récente dans les programmes et que ce chapitre s'est ajouté aux autres sans que le volume horaire global consacré aux mathématiques soit augmenté, alors même que les activités suggérées (manipulations, simulations…) sont gourmandes en temps.

On notera aussi que dans de nombreux BTS, la statistique a, depuis une quinzaine d'années, une place importante.

4 : La situation et la problématique de notre mémoire

En France, on se heurte à un double problème : celui du manque d'expérimentations qui permettrait de définir des progressions cohérentes tout au long de la scolarité obligatoire et celui de la formation des enseignants.

L'IUFM de Grenoble est partie prenante, à travers la production de mémoires professionnels, d'un projet visant à mettre à la disposition de tous les enseignants, via un site Web, des documents variés et notamment de comptes-rendus d'expérimentations dans les classes. Notre travail se situe ainsi dans ce cadre.

La question que nous nous sommes posée est la suivante :
si, sur le thème de l'introduction de l'aléatoire dans les cursus de formation, la question du « pourquoi ? » a reçu des réponses, celle du « comment ? » reste d'actualité. A quelles

conditions une activité comme le jeu «qui peut le plus ?» permet-elle d'amorcer chez des élèves de cycle 3 la construction de notions sur les phénomènes entachés d'incertitude ?

Les spécificités de notre démarche, par rapport aux expérimentations mentionnées ci-dessus (Piaget, Glaymann, « Cap-Maths ») résident dans les quatre points suivants :

● **Faire coexister déterminisme et aléatoire :**

L'activité que nous avons proposée à une classe de cycle 3 fait coexister déterminisme et aléatoire à deux niveaux :

- On manipule à la fois les règles déterministes qui régissent l'écriture, l'addition et la comparaison de nombres, avec des choix de chiffres qui, eux, sont aléatoires.
- On élabore, dans le cadre d'un jeu, une stratégie gagnante qui est composée de règles toujours gagnantes, et d'autres plus souvent gagnantes que perdantes.

● **Approcher indirectement la notion de chances égales :**

Cette coexistence entre déterminisme et aléatoire permet une approche particulière, non frontale, de la notion de chances égales. On y est amené par l'activité et les stratégies à adopter pour gagner. L'excipient que constituent l'écriture, l'addition et la comparaison de nombres permet de manipuler, d'expérimenter avant de réfléchir sur les dés et les chances égales.

● **Se situer dans une approche expérimentale des mathématiques :**

Notre expérimentation est en lien avec « La Main à la Pâte », mouvement de rénovation de l'enseignement des sciences expérimentales initié par Georges Charpak, Prix Nobel de Physique en 1992. Nous avons essayé de travailler dans l'esprit qui anime les promoteurs de ce mouvement, à savoir « *restaurer, à l'école, une science qui soit motif de réflexion individuelle et argument d'expérimentation collective (…), qui soit bien autant incitation à questionner, à observer, à chercher, à argumenter, à s'exprimer, que prétexte à uniquement engranger des connaissances.* »(Charpak/Lena/Quere dans L'enfant et la science.).

Nous avons ainsi privilégié la manipulation et une démarche d'investigation, en permettant aux élèves de jouer de très nombreuses parties de « Qui peut le plus ? », en faisant en sorte que les élèves fabriquent eux-mêmes les histogrammes qui représentaient leurs lancers. Nous avons accepté de consacrer beaucoup de temps à ces deux activités de jeu et de fabrication. Les apports théoriques n'ont pas été premiers dans la démarche

Nous avons fourni aux élèves un cahier d'expérience qui a permis de recueillir écrits individuels et écrits de classe car l'écrit permet à la fois d'exprimer sa pensée, de la préciser, de la communiquer, d'en garder trace.

Bien que mise en place sur un temps très court, cette démarche a immédiatement porté ses fruits en terme de motivation et d'attention des élèves de la classe témoin.

● **Lier étroitement expérimentation et simulation :**

Les dés sont les outils qui font partie de l'environnement des enfants dès leur plus jeune âge. Dans leur conception ils sont conçus pour simuler le hasard. Il nous est apparu important, après avoir beaucoup utilisé les dés, d'essayer de voir si on pouvait amorcer un premier passage à l'utilisation d'outils électroniques de simulation (à savoir des programmes informatiques que nous avons réalisés avec un tableur).

II : L'EXPERIMENTATION

1 . L'activité proposée et les conditions de sa mise en oeuvre :

-a La classe :

Nous avons eu pour classe un CM1/CM2 (6 CM1 et 17 CM2) à St Martin-le-Vinoux dans une école en REP. Les élèves de cette classe ont été assez perturbés par ce remplacement inhabituel (se retrouver avec trois maîtresses en même temps pour faire des activités jamais encore pratiquées à l'école) et nous avons eu quelques problèmes de discipline et d'agitation à gérer. Cependant, si la première séance « mémoire » a été un peu difficile à mettre en place les autres se sont très bien passées. En effet, les problèmes de discipline avaient plutôt lieu durant d'autres séances plus « habituelles » dans d'autres disciplines. Il semble que cette nouvelle activité les intéressait et les captivait.

Malgré tout, étant donné qu'ils travaillaient souvent en binômes, bénéficiaient d'une assez grande liberté de parole (afin qu'ils puissent s'exprimer et échanger sur leurs expérimentations) et mobiliser des compétences qu'ils n'avaient pas l'habitude de mobiliser, le retour à d'autres types d'activités était souvent difficile. Nous proposions pourtant des activités telles que les arts visuels ou la poésie, qui nous semblaient propices au retour au calme et au travail individuel mais la plupart du temps ces activités ont du être interrompues pour des problèmes de gestion de classe.

De plus, la plupart des élèves de cette classe n'étaient pas habitués à réfléchir et à verbaliser sur des situations d'apprentissages nouvelles pour eux. Nous avons donc eu à changer leurs habitudes de travail. En effet, ces élèves ne travaillaient pas en groupes habituellement, ils travaillaient essentiellement sur des activités dont ils connaissaient le fonctionnement (fiches, fichiers…) et étaient donc autonomes. Pour les nouveaux apprentissages ils écoutaient, copiaient et appliquaient dans des exercices les leçons dispensées par l'enseignant et étaient ensuite corrigés. En ce qui nous concerne, nous n'avons pas fait de leçon, nous leur avions présenté notre activité comme « nouvelle » à l'école, nous ne répondions jamais aux questions pour dire c'était juste, faux, bien… Les élèves étaient amenés à chercher par eux-mêmes et à faire évoluer leurs conceptions et leurs hypothèses en les confrontant à l'expérience et aux arguments de leurs pairs, sans avoir l'enseignant pour trancher.

Enfin, le domaine exploré était nouveau pour eux, tout au moins dans le contexte scolaire, et leurs connaissances et habitudes mathématiques ne les aidaient pas forcément pour ces activités. Comme nous avons pu le lire à plusieurs reprises dans divers articles de notre bibliographie, le travail en mathématiques, selon la façon dont il est enseigné, peut induire une manière de raisonner déterministe qui n'aide pas la construction d'une intuition à l'aléatoire.

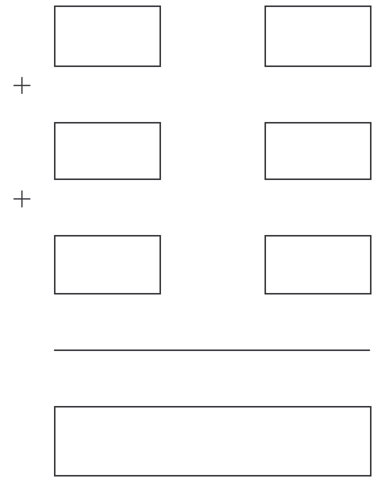
1-b : l'activité proposée :

Nous avons choisi une des activités proposées dans : http :www.xplora.org/shared/data/xplora/pdf/aleatoire_en_cycle3.pdf (Houdement Catherine et Robert Claudine. « Des pistes pour travailler sur l'aléatoire au cycle 3 ») et susceptibles de convenir à des élèves de cycle 3. Nous avons retenu le jeu intitulé « Qui peut le plus ? » dont le descriptif est en annexe 2. En voici un rapide résumé

Les élèves sont en binôme. A chaque partie du jeu proposé, un des membres du binôme est « lanceur ». Il lance le dé une première fois et son binôme et lui doivent placer le nombre tiré dans une des deux cases de la première ligne (voir schéma ci dessous). C'est à dire en position de dizaine ou d'unité. Puis, lorsque chacun a placé ce nombre le lanceur tire à nouveau le dé. Le second nombre est placé automatiquement dans la case restante. Cette opération est renouvelée de façon à remplir les deux autres lignes. Enfin, chaque membre du binôme additionne les trois nombres à deux chiffres obtenus et inscrit le total dans la dernière case. Ils comparent ensuite leurs résultats : celui qui a le plus gros score gagne 2 points, celui qui a le plus petit score ne gagne rien et en cas d'égalité chacun gagne 1 point.

Schéma d'une partie :

Partie 1



Points :

Ensuite, une séquence composée de 6 séances de travail sur ce jeu a permis de travailler les notions décrites dans le tableau ci-dessous :

Dans le domaine de l'aléatoire :	**Dans le domaine numérique :**	**Compétences transversales :**
- phénomènes entachés d'incertitude. - chances égales et inégales -prévision en milieu aléatoire -histogramme (représenter des données) - simulation pour remplacer le dé	-valeur d'un chiffre en fonction de sa position dans le nombre -l'addition de nombre à deux chiffres	-élaborer une stratégie pour essayer de gagner -s'approprier l'outil « cahier d'expérience ». -l'écrit

La séquence proposée amène les élèves à comprendre que même si le hasard intervient, une stratégie de placement du premier chiffre obtenu aux dés peut être fructueuse. De plus, percevoir que toutes les faces ont des chances égales aide à construire une stratégie pour gagner des points.

Les objectifs que nous avons retenus étaient :

-que les élèves trouvent les règles qui sont systématiquement gagnantes (placer le 1 à droite et le 6 à gauche) et celles qui sont plus souvent gagnantes que perdantes (par exemple, placer la 5 à gauche).

-qu'ils lancent un grand nombre de fois le dé :

- pour se familiariser avec l'objet « dé ».

- pour pouvoir ensuite utiliser les résultats de leurs nombreux lancers pour observer les occurrences et les fréquences de chaque face.

Nous avons décidé de laisser les élèves « jouer » librement en acceptant les discussions entre membres de chaque binôme afin qu'ils réagissent spontanément aux résultats de leur parties. De cette façon, nous pouvions recueillir leurs représentations et voir l'évolution de leurs conceptions.

1-c : Déroulement de la séquence :

Le détail des séances est fourni en annexe 3 mais nous présentons ici l'évolution de la séquence en terme d'objectifs et de compétences visées :

	Objectifs du maître	Compétences visées
Séance 1	-présenter notre travail de recherche aux élèves -lancer l'activité « qui peut le plus » -faire constater les résultats différents dans le binôme et dans la classe aux élèves -lancer l'utilisation du cahier d'expérience -recueillir les premières réactions des élèves	-manipuler l'objet « dé » -s'approprier les règles d'un jeu -expérimenter des stratégies pour essayer de gagner -exprimer son ressenti, ses réactions sur un jeu -confronter ses impressions à l'expérience
Séance 2	-attirer l'attention des élèves sur les différences de scores -interroger les élèves sur leurs stratégies de jeu -vérifier la compréhension du fonctionnement du jeu en interrogeant les élèves sur les plus grands et plus petits nombres possibles.	-s'approprier les règles d'un jeu -expérimenter des stratégies pour essayer de gagner -prendre conscience des divers résultats possibles dans ce jeu -exprimer par écrit sa stratégie pour gagner
Séance 3	-faire comprendre à tous l'intérêt de certaines stratégies et le caractère incertain d'autres règles	-présenter à la classe ses stratégies -confronter ses idées à celles des autres élèves et argumenter -prendre part à un débat scientifique -expérimenter les stratégies proposées par d'autres élèves
Séance 4	-parvenir à une formulation explicite des règles de stratégie et les écrire collectivement. -parvenir à une représentation des données.	-comprendre par l'expérience le caractère infaillible de certaines stratégies et le caractère aléatoire d'autres stratégies. -Apprendre à faire des choix mettant en jeu le hasard dans un jeu -comprendre le fonctionnement d'un histogramme en en fabriquant un. -constater par l'expérience l'irrégularité de fréquence d'apparition des faces du dé à court terme.

Séance 5	-revenir sur le fonctionnement de l'histogramme -demander aux élèves d'imaginer la forme qu'auront des histogrammes de 200 et 2500 lancers -réinvestir l'outil de représentation des données pour de nouvelles données. -changer l'échelle du regard.	-comprendre par la construction de plusieurs histogrammes que si on fait un histogramme sur 2000 lancers il est plus grand que celui de 120 lancers. -anticiper la forme d'histogrammes. -constater les diverses formes des histogrammes selon le nombre de lancers qu'ils représentent.
Séances 6	-évaluer ce qu'ont retenu les élèves -proposer une sensibilisation au dé électronique pour fabriquer un grand nombre d'histogrammes à différentes échelles. -faire prendre conscience aux élèves de la différence entre ce qui est fortuit et ce qui ne l'est pas. -réinvestir les connaissances acquises dans une activité différente.	-découvrir un outil électronique réalisant les mêmes expériences qu'avec un dé mais permettant de simuler beaucoup plus de tirs de dés en un temps plus court. -découvrir qu'on peut construire des histogrammes en changeant d'échelle pour qu'ils soient d'une taille raisonnable. -constater, en observant les histogrammes du logiciel, divers phénomènes aléatoires. -comprendre le fonctionnement d'un dé équilibré en fabriquant un dé pipé.

2. Les difficultés rencontrées

Le but de cette partie est d'analyser les causes des difficultés rencontrées afin de voir comment le dispositif de notre séquence pourrait être amélioré pour de futures expériences.

-2-a : La compréhension des règles du jeu :

Lors de la première séance nous avons présenté le jeu en essayant de formuler la consigne le plus clairement possible en faisant des exemples en collectif (voir déroulement des séances en annexe 3). Or en analysant les feuilles de jeu au cours de la séance et surtout après la séance, nous avons constaté divers problèmes de compréhension de la consigne :

- certains élèves ne respectaient pas la règle leur imposant de placer le premier nombre tiré avant de tirer le second.
- certains élèves ne faisaient pas l'addition finale comme une addition de trois nombres à deux chiffres mais comme l'addition des nombres d'une colonne puis celle des nombres de l'autre colonne.
- certains élèves jouaient totalement au hasard, sans règles. Ils tiraient les dés et plaçaient les nombres sans avoir conscience du but du jeu.

Les élèves paraissaient avoir peu d'expérience des jeux de société (nous avons pu le constater à l'occasion d'autres activités) et ils ont tous joué sans être gênés et sans formuler de questions, même si la règle du jeu n'était pas comprise. Nous avons découvert qu'ils n'étaient de fait pas familiers de la notion de « règles du jeu ». De plus, comme nous l'avons constaté à d'autres reprises dans d'autres disciplines, les élèves semblaient pris par le « contrat didactique » qui leur impose de rendre une fiche remplie à l'enseignant. Il aurait été nécessaire de déceler plus rapidement ces difficultés pour y remédier. Pour cela nous aurions pu faire une mise au point rapide après quelques parties de découverte.

Sur un autre plan certains élèves ont rencontré des difficultés qui relevaient de la numération (valeur d'un chiffre en fonction de sa position dans le nombre). Or nous ne les avions pas anticipées, pensant que ces notions étaient acquises en fin de cycle 3. Cette activité permet précisément de travailler ces compétences avec une entrée différente.

2-b : La perception de stratégies permettant d'essayer de gagner :

La victoire à ce jeu dépend de deux paramètres :

- obtenir un tir de dé avantageux en fonction de choix stratégiques.
- opérer des choix judicieux en ce qui concerne le placement des nombres

Il est important que les élèves aient conscience que leur réussite dépend à la fois de règles et de tirages aléatoires. A l'issue des deux premières séances, c'est à dire après avoir joué une trentaine de parties, nous leur avons posé des questions par écrit pour voir comment ils se comportaient dans le jeu.

Tout d'abord nous leur avons demandé : « *Que penses-tu de vos résultats ?* » (à l'issue de la première séance). Leurs réponses (voir photos des cahiers en annexe 4) montrent que :

- certains ont conscience de n'avoir pas bien compris le jeu (ils jouent sans stratégie ou appliquent la même que leur partenaire et ne voient donc pas comment faire pour gagner).

« On s'est trompé et on n'a pas bien compris »

« Nous avons eu beaucoup d'égalité »

« C'était bien quand j'ai gagné mais j'ai pas compris le jeu »

- certains ont été frappés par l'aspect aléatoire du jeu :

« Je suis moisi, je suis nul »

« Chance au début avec les 6 et malédiction avec les 1. »

-une seule élève évoque l'importance de la stratégie : *« J'ai remarqué que quand le lanceur lance et que c'est un grand chiffre il faut mettre le grand nombre au début. Et ma partenaire était meilleure que moi. »*

Puis, à l'issue de la deuxième séance nous avons demandé : *« Que fais-tu pour essayer de gagner ? »*. La plupart des élèves n'a rien répondu. Parmi ceux qui ont essayé de répondre :

- certains pensaient que seul le hasard intervient :

« Rien, je fais au pif »
« Je mange du piment »
« Je fais jouer le hasard »
« C'est le hasard, il faut avoir de la chance »

- d'autres éliminaient le hasard en contournant la règle qui impose de placer le premier nombre avant de tirer le deuxième :

« Je mets le plus grand nombre dans la première case »
« Je fais le plus grand nombre dans la colonne des dizaines et le plus petit dans la colonne des unités mais c'est aussi le hasard ».

- Un seul élève semble avoir conscience que le hasard intervient mais qu'il a aussi des choix à faire. *: « Je fais le plus grand nombre dans la colonne des dizaines et le plus petit dans la colonne des unités mais c'est aussi le hasard ».*
- Deux élèves avaient une stratégie mais comme leur partenaire avait la même, ils ne la considéraient pas comme une stratégie gagnante.

Nous pensions qu'en CM1 / CM2, la stratégie (au moins pour le placement du 6 et du 1) serait très vite repérée mais cela n'a pas été le cas. Cependant, au début de la séance 3 nous leur avons reposé la question oralement et leurs réponses ont été cette fois-ci plus riches et ont donné lieu à une mise en commun constructive. Le détail des remarques que nous avons relevées est en annexe 3 (déroulement des séances). Il semblerait donc qu'un temps de « maturation » soit profitable et que la mise en commun permette à chacun d'aller plus loin dans la réflexion. Nous développerons ce point plus loin.

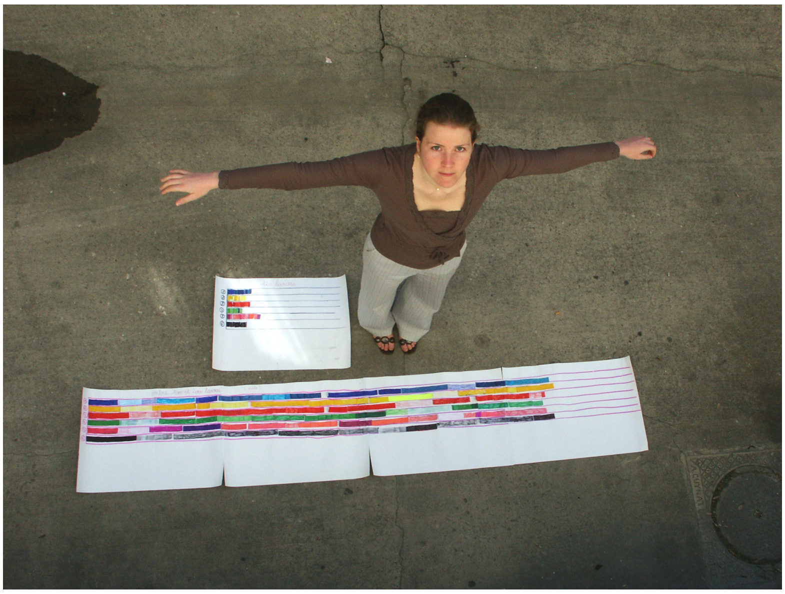
2-c : La perception de la régularisation des lancers lors de grandes séries :

Nous souhaitions que les élèves perçoivent la régularisation relative qui a lieu lorsque l'on passe d'un petit à grand nombre de lancers car nous imaginions, à tort, que ce phénomène serait visible en comparant les écarts absolus sur les histogrammes de 10 et de 2000 lancers. Nous pensions en effet que concrètement, les « barres » de l'histogramme de 2000 lancers seraient plus rapprochées que celle de 10 ou de 100 lancers.

Or, à posteriori nous avons réalisé que si cette régularisation est réelle, elle n'est perceptible qu'en terme d'écarts relatifs et n'est donc directement visible sur les histogrammes que si l'on change l'échelle de représentation.

Ainsi, nous attendions des élèves qu'ils perçoivent un phénomène qu'ils ne pouvaient pas percevoir avec le dispositif mis en place (histogrammes à même échelle) et qu'ils ne pouvaient pas comprendre étant donné leur manque de connaissance dans le domaine de la proportionnalité.

Il s'est cependant passé quelque chose d'extraordinaire : l'histogramme des lancers (environ 2500 lancers), construit par la classe s'est avéré incroyablement régulier! L'écart maximum entre les nombres d'occurrences de chaque face était de 8 (la probabilité pour qu'il en soit ainsi est très faible) mais correspondait à notre attente.



Histogramme de 150 à 200 lancers en haut et histogramme de 2500 en bas.

Nous avons a posteriori nous même retracé l'histogramme en relevant les données sur les feuilles de jeu des élèves, et constaté que des erreurs avaient été commises au moment de la construction collective de l'histogramme par les élèves : l'écart maximal entre les nombres d'occurrences de chaque face est 109. ce qui est anormalement grand ! Regardons plus précisément le tableau ci-dessous donnant les résultats relevés :

face	1	2	3	4	5	6
occurrence	448	443	387	375	423	484

Les faces extrêmes sont plus fréquentes, le 6 est « *un peu trop fréquent* » : il est très difficile d'interpréter ce résultat. On peut aussi se demander si ce fait et l'anomalie constatée sur l'histogramme des élèves est fortuite (organisation matérielle, oublis, pertes…) ou s'il s'agit d'un tropisme, c'est-à-dire que les élèves auraient inconsciemment commis des erreurs

pour que la forme de l'histogramme soit conforme à la régularisation attendue parce qu'évoquée au préalable à propos des autres histogrammes construits sur 200 données.
Nous avons vraiment touché du doigt la difficulté de « bien expérimenter » !

L'observation d'histogrammes à échelles variables avec un logiciel adapté leur a permis de constater le phénomène de régularisation, mais les élèves continuaient à s'intéresser surtout aux différences qui subsistaient, aussi minimes soient-elles.

Nos attentes étaient donc décalées par rapport à ce que notre dispositif et le niveau des élèves auraient permis. Cela est visible dans les résultats de nos évaluations (voir annexe 5) : nous demandions aux élèves de comparer des histogrammes de formes différentes mais de même taille et d'associer la forme de l'histogramme au nombre de lancers qu'il représentait. Or cette tâche n'était faisable qu'après un travail sur les échelles de représentation que nous n'avions pas fait.

Cependant, cela ne remet pas en cause la construction d'histogrammes à même échelle, qui a permis la représentation des données et a conduit ensuite les élèves, lors de la simulation, à toucher du doigt la distinction relatif/absolu.

2-d : Un problème de langage lors de la formulation de règles pour optimiser les chances de gagner :

Nous avons été confrontées à ce problème lors de la troisième séance. Les élèves avaient joué au moins 20 parties chacun et nous leur avons posé la question : *« Que fais-tu pour essayer de gagner ?* » Puis : « *Quelle stratégie ou quelle règle utilises-tu pour placer le premier nombre tiré ?* ».

La règle du 6, à savoir « *si on tombe sur le six au premier lancer, le placer à gauche* », n'a pas posé de problème et rapidement un élève a montré qu'il y avait aussi une règle pour le 1. Dans ces deux cas, la formulation de ces règles n'a pas posé de problème aux élèves car on écrivait qu'elles étaient « *toujours* » gagnantes. Cette formulation est en fait ambiguë ; on aurait pu dire : « *jamais perdante* » car lors d'une égalité, il y a un gain de point mais il est identique pour les deux partenaires. Mais, cette formulation poserait certainement problème à des élèves .

Si c'était à refaire, nous changerions le mode d'attribution des points de manière à ce qu'il y ait gain de points en cas d'égalité. Il faudrait aussi attribuer des points à chaque ligne d'une partie afin que l'on gagne des points à chaque fois que l'on a fait le plus grand nombre possible. C'est ce qu'a expérimenté Elisa Besuchet une collègue PLC2 qui a mis en place cette même activité dans sa classe de quatrième.

Puis, un élève a spontanément dit à propos du placement du 5 : *« A droite on a une chance sur 6 de gagner, à gauche on a 5 chances sur 6..* » Du fait que cet élève s'était exprimé en terme de chance de cette règle d'être gagnante, nous lui avons fait expliquer à la classe son raisonnement. Or il n'a pas su vraiment le faire (ce qui est naturel) si bien que nous avons tenté de le faire au tableau en dessinant les deux stratégies dans deux colonnes différentes et en demandant aux élèves quels nombres pouvaient être tirés et quelle stratégie était alors gagnante. Nous mettions alors une barre sous une stratégie à chaque fois qu'elle était gagnante. Cela donnait un schéma comme ci dessous :

Règle n°1		Règle n°2	
$\boxed{5}$ $\boxed{}$		$\boxed{}$ $\boxed{5}$	
Si je tire un :		Si je tire un :	
6		6	$\vert$
5	$\vert$	5	$\vert$
4	$\vert$	4	
3	$\vert$	3	
2	$\vert$	2	
1	$\vert$	1	

Pour le cas où l'on tire un deuxième 5 la classe a suggéré que l'on mette une barre aux deux stratégies puisqu'elles étaient gagnantes toutes les deux. Nous avons voulu suivre leur idée mais au moment de compter le nombre de fois où chaque stratégie est gagnante cela donnait un total de 7 barres. Or il n'était pas possible de dire : « *Cette stratégie est gagnante 5 fois sur 7 »* puisque le dé n'a que 6 faces.

Seul un élève a relevé ce problème mais nous lui avons fait compter les cas possibles et il a vu que les deux barres de l'égalité comptaient pour une seule et qu'il faut en fait revenir aux 6 possibilités du dé.

Nous avons donc institutionnalisé que la règle n°1 était gagnante 5 fois sur 6 (voir cahier d'expérience en annexe 6 a, b). Et nous avons procédé de même pour les autres nombres. Nous avons a posteriori pris conscience de l'ambiguïté de la formulation au niveau du terme « gagnant ». Il aurait fallu écrire : « *La règle n°1 est gagnante 4 fois sur 6 et il y a une fois égalité.* » Ou bien : *« La règle n°1 n'est perdante qu'une fois sur 6.* » Cette seconde formulation nous paraît moins pertinente puisque nous cherchons des stratégies gagnantes et que cette règle comporte le mot *« perdante »*.

Cependant, afin que la majorité des élèves, qui découvraient cette façon d'exprimer en terme de chances, ressente vraiment les différents cas possibles et teste l'efficacité d'une stratégie, nous leur avons suggéré une nouvelle activité en séance 4. En effet, en début de séance, il n'y avait pas consensus sur la stratégie à suivre dans le cas du 5. Certains élèves suivaient la probabilité plus forte de gagner en le plaçant à gauche et d'autres maintenaient que tout de même on pouvait le mettre à droite « *au cas où on tire un 6* ». Nous avons donc suggéré aux élèves de faire une partie « pour de faux »(voir annexe 7) avec la moitié de la classe qui suivrait la règle n°1 (placer le 5 à gauche) et l'autre moitié la règle n°2 (à droite). La mise en commun a mis en évidence que la règle n°1 était plus souvent gagnante.

Malgré une formulation maladroite des stratégies gagnantes, les élèves ont perçu les conséquences du choix de l'une ou l'autre stratégie sans privilégier forcément par la suite les stratégies les moins risquées. De plus, ils ont pu facilement transférer ce raisonnement aux autres nombres.

3 . Les points qui nous paraissent les plus positifs de notre intervention

3-a: La démarche d'investigation

Nous avons essayé d'aborder ce domaine de l'aléatoire par une démarche d'investigation. Il nous semble, en effet, que les mathématiques, au même titre que les sciences expérimentales, « *devraient être présentées comme étant ouvertes à la discussion et à l'investigation comme une discipline qui se construit socialement et qui, même au niveau d'une classe n'est pas exempt d'interprétations qui nécessitent reconsidération, révision et affinage.* » (Nickson 1992 cité par Maria Malatiou Mavroteris) (traduction n°3 annexe 12).

Nous nous sommes inspirées des principes de « La main à la pâte » :

-« *Les enfants observent un objet ou un phénomène du monde réel, proche et sensible et expérimentent sur lui* ».(L'objet en question est ici le dé*).*

-« *au cours de leurs investigations, les enfants argumentent et raisonnent, mettent en commun et discutent leurs résultats* ».

-« *organisation en séquences avec progression ».*

-*« les enfants tiennent un cahier d'expérience avec leurs mots à eux ».*

-*« l'objectif majeur est une appropriation progressive des concepts scientifiques accompagnée d'une consolidation de l'expression écrite* »(Charpak/Lena/Quere).

Les concepts scientifiques sont ici la notion de chances, de chances égales (pour chaque face du dé) et inégale (chance de gagner ou de perdre avec une règle).

● **Prévision**

Il y a cependant ici une spécificité de notre expérience par rapport à ce qui se fait souvent dans les expériences de « La main à la Pâte ». Nous avons d'emblée proposé aux élèves de jouer à « Qui peut le plus ? ». Volontairement nous n'avons pas essayé de voir quelles étaient leurs conceptions initiales. Par exemple, une fois la règle du jeu énoncée nous ne leur avons pas demandé de prévoir comment ils allaient jouer. Ceci pour deux raisons :

- Si nous l'avions fait, cela aurait dévoilé à l'avance l'aspect déterministe et l'aspect aléatoire des règles du jeu, or il nous semblait préférable que les élèves en fassent eux-mêmes la découverte. Ainsi nous avons pu observer les différents comportements décrits plus haut : une partie des élèves s'en remettant complètement au hasard, d'autres se mettant en situation complètement déterministe en contournant les règles du jeu et quelques-uns ayant perçu d'emblée les deux aspects.
- Il nous semblait extrêmement difficile pour des enfants de cet âge et sur ce sujet de construire une représentation formulable permettant de donner des réponses à priori sans qu'ils n'inventent pas pour satisfaire notre demande. Nous avons fait ce choix même si nous avons remarqué qu'interroger les enfants à priori (sans leur donner l'opportunité de manipuler avant) était une pratique courante. C'est le cas des travaux de Piaget et Inhelder et de D.R.Green (présenté dans son article « The chance and probability concepts project »).

● **Manipulations**

D'autre part, nous avons à plusieurs reprises, permis aux élèves d'expérimenter pour vérifier leurs impressions. Dès la première séance, quand un élève exprimait sa chance ou sa malchance aux dés, nous l'encouragions à tester son hypothèse. Par exemple un élève a écrit dans son cahier d'expérience : *« je pensais que le dé faisait plus de six que d'autres nombres* ». Puis il a lancé 100 fois le dé en notant, dans le tableau prévu à cet effet, les résultats obtenus et il a constaté que son impression n'était pas valable tout le temps puisqu'elle ne se vérifiait pas sur 100 lancers (voir annexe 8).

Par la suite, nous avons continué à proposer des manipulations après chaque temps collectif de mise en commun ou d'institutionnalisation et il nous semble que cela a réellement favorisé une appropriation progressive des notions et on peut penser que tout ce travail d'aller-retour entre les hypothèses et la manipulation servira de fondement aux règles mathématiques ultérieures.

● L'intérêt des mises en commun. :

Selon la théorie constructiviste, ces moments de confrontation de résultats ou de procédures participent de l'apprentissage au même titre que les phases de travail individuel et celles d'institutionnalisation. Nous en étions convaincues, par notre brève expérience d'enseignantes ainsi que par la lecture d'articles divers et de l'expérience de « La main à la pâte ». Les mises en commun permettent de préciser la pensée, d'oser des remarques oralement que l'on n'aurait pas faites à l'écrit, de confronter plusieurs propositions, de reformuler pour être compris, d'argumenter et de favoriser l'écoute et le respect mutuel. En outre c'est une démarche adoptée par la communauté scientifique qui voit des chercheurs faire état de leur recherche par écrit et la soumettre à la validation de leurs pairs. Cet aspect est souligné par les initiateurs de « La main à la pâte » : *« Les scientifiques s'exercent ainsi sans cesse à la discussion et à l'argumentation écrite comme orale, permettant de clarifier la pensée, d'affiner le raisonnement et de transmettre à d'autres une découverte*. »

Lors de la première mise en commun, les élèves avaient, au préalable, répondu par écrit à la question : « *Que fais-tu pour essayer de gagner ?* ». Certains n'avaient rien répondu ou les réponses étaient relativement imprécises. Par exemple :

« Je mets les grands nombres à gauche et les petits à droite »

La mise en commun a amené tous les élèves à participer à la réflexion et à préciser leur pensée, par exemple ce qu'ils entendaient par « grand » et « petit » et de ce fait à débattre pour les nombres comme 3 ou 4 : *« Doit-on les classer dans les grands ou les petits nombres et comment savoir ? »*. Cette question nous a amené à comptabiliser le nombre de fois où une stratégie était gagnante et à formuler les stratégies toujours gagnantes ou gagnantes plus souvent que perdantes.

Par la suite, à l'issue de chaque phase de manipulation ces mises en commun ont trouvé leur place dans le déroulement de l'expérimentation d'autant plus facilement que les élèves semblaient en percevoir l'intérêt. Voici, dans les encadrés ci-dessous, deux extraits de ces moments qui illustrent l'évolution des élèves :

La mise en commun avait déjà commencé et la question était : « Quelles sont les meilleures stratégies pour gagner à ce jeu ? ». Voici quelques remarques prises au cours du débat.

L'enseignant *: « C'est quoi le but du jeu ? »*

Mohamed : « *C'est de mettre les plus grands (nombres) à gauche. »*

Mounir *: « Tu ne peux pas savoir. »*

Menede : *« C'est le hasard qui fait les choses. »*

Mohamed : *« Quand je fais un 3 je le mets à droite. A partir de 4 je les mets à gauche. »*

Lotfi : *« Moi je place les plus grands dans les dizaines et les plus petits dans les unités.* »

L'enseignant : *« C'est quoi « les plus grands et les plus petits » ? »*

Lotfi : *« Si je fais 1 et 2 je les mets dans les unités. »*

Nouha *: « Moi je laisse faire le hasard. »*

Mounir : *« Moi aussi je laisse faire le hasard mais si c'est un 6 ou un 5 je les mets à gauche. »*

Siheme : « *Je ne mets pas au même endroit que ma partenaire. »*

Mohamed : *« Il faut toujours mettre les 6 à gauche car on n'est pas sûr ensuite de refaire un 6. Avec cette règle, on est sûr de gagner. »*

A la suite de cette mise en commun, les règles de stratégie du 6 et du 1 ont été institutionnalisées

Lors de la séance suivante, après avoir rejoué quelques partie :

Question de l'enseignant : *« Qu'avez-vous pensé de vos parties ? »*

-Sandra : *« On a toujours égalité parce qu'on a la même règle. »*

-Mohamed : *« Nous aussi »*

-Idriss : *« Moi aussi »*

-Menede : *« Moi, j'ai presque toujours gagné grâce à un 5 à gauche »*.

- L'enseignant : *« Certains mettent-ils le 5 à droite ? »*

-Inti et Fawzi : *« Oui nous ! »*

-Mongi : *« Là vous êtes sûrs de perdre ! »*

-Mohamed : *« Ils perdent 5 fois sur 6. »*

-Hocine : *« Oui, mais ils gagnent s'ils font un 6 en deuxième. »*

-Menede *: « Ouais mais c'est rare d'avoir un 6. »*

-L'enseignant : *« Alors finalement, pour le 5 est-ce qu'il y a une règle meilleure que l'autre ? »*

-La classe sauf quelques élèves : *« A gauche !!!! »*

-L'enseignant : *« Il faut vérifier. »*
C'est à ce moment que nous avons suggéré la partie « pour de faux » évoquée plus haut

Non seulement les échanges ont été intéressants et constructifs mais il n'y a pas eu de débordements. Ceci alors que la classe était habituellement turbulente et que, comme les élèves, nous étions novices en matière de mises en commun.

Nous pensons que ces mises en commun ont été productives parce que :

- elles constituaient des moments de communication authentiques.
- Les élèves se sont pris au jeu de la démarche d'investigation et ressentaient le besoin de partager leurs expériences.
- Ayant peu de connaissances dans le domaine de l'aléatoire nous n'étions pas tentées de trop intervenir pour asséner des notions.
- Comme nous même nous expérimentions nous avions autant besoin que les élèves de prendre le temps d'élaborer une pensée.

● La place de l'écrit :

E.Bautier, cité par Charpak/Lena/Quere auteurs de L'enfant et la science, écrit : « *parler et écrire pour apprendre, c'est apprendre à parler et à écrire* ».

Lors de l'expérimentation, il y a eu alternance entre des moments de manipulation, d'échanges oraux et d'écrits personnels ou collectifs. Nous avons vu plus haut la place et l'importance de la manipulation, puis celle des mises en commun au cours desquelles chacun peut s'exprimer oralement. Voyons maintenant la place de l'écrit. Pourquoi l'écrit est-il si important ? Voici quelques éléments de réponse :

- La communication linguistique a une propriété générale : celle d'être réflexive. Mais cette réflexivité est beaucoup plus évidente quand on a recours à l'écrit. Face à un texte écrit, on peut revenir sur les mots, refaire les phrases, reformuler les idées, les remettre en ordre… Ce sont des opérations beaucoup plus difficiles à l'oral, car l'oral est un flux.
- L'oral joue sur les automatismes alors que l'écrit est une activité volontaire et consciente.
- Lors du passage de l'oral à l'écrit, il se produit des modifications cognitives : l'écrit est le reflet de la pensée et permet d'exprimer celle-ci. Il développe la pensée abstraite et scientifique en obligeant à l'explicitation, à l'exhaustivité, à la catégorisation, à la logique, autant de démarches nécessaires à la pensée scientifique. L'écrit fixe en outre les étapes de la construction de la pensée.

Nous avons fourni aux élèves un cahier d'expérience, conformément à une pratique systématique dans les classes travaillant dans l'esprit de « La main à la pâte »: certains écrits y ont été rédigés directement, d'autres ont été rédigés sur des supports différents mais destinés à être consignés dans le cahier.

Les écrits des élèves ont été de natures différentes :

- Il y a eu **des écrits individuels**, en réponse à une question posée par le maître : « *Que fais-tu pour essayer de gagner ?* », par exemple (voir annexe 9): L'écriture est ici le moyen de s'entraîner à exprimer une pensée personnelle avec précision et de communiquer une pensée en cours de construction dans un débat.

Ce que nous avons travaillé là, ce ne sont pas les dimensions linguistiques et culturelles (types de textes attendus en sciences par différenciation avec d'autres types de textes), mais les dimensions cognitives et sociales de l'écriture. Comme l'écrit A.Vérin dans son article de la revue Repères (N°12, 1995) intitulé « Mettre par écrit ses idées pour les faire évoluer en sciences », « *les élèves sont engagés dans une écriture à la première personne, au sens où c'est la pensée propre de ceux qui écrivent qui est en jeu – et non pas des connaissances scientifiques existant comme un corps de connaissances extérieur à l'apprenant. (...). Ce faisant, le rapport qu'entretiennent les élèves avec l'écriture peut s'en trouver modifié. L'une des difficultés et causes de blocage par rapport à l'écriture scolaire vient du fait que la situation est souvent fausse d'un point de vue communicationnelle.* » Ce que prône A.Vérin, et que nous avons tenté de mettre en œuvre, c'est que *« les élèves expérimentent une écriture insérée très immédiatement dans une communication qui s'intrique avec l'oral avant, après et avec l'action* ». Les écrits ne sont pas évalués par rapport à des critères formels mais par référence à l'expérience en cours.

Par ailleurs, cette pratique de l'écrit individuel, sous une forme modeste et non canonique, est de nature à faire comprendre aux élèves qu'écrire sert à penser : nous n'avons pas posé d'exigences en termes de mise en forme, de présentation ni même de propreté. Il nous importait avant tout que la pensée soit communicable.

- **Il y a eu des écrits collectifs**, élaborés en commun, comme par exemple les stratégies déclinées sous forme de règles (voir annexe 6 a, b). On utilise ici l'écrit pour fixer une formulation qui se veut claire et surtout reconnue par tous après discussion et argumentation. Ces écrits ont concerné les stratégies sous forme de règles, qui relèvent spécifiquement de l'activité « Qui peut le plus ? » mais également des notions sur l'aléatoire. A ce niveau, comme nous l'avons déjà dit, nous aurions du plus nous en tenir à ce que les élèves formulaient avec leurs mots, à savoir qu'il y avait toujours des différences entre le nombre d'occurrences de chaque nombre, mais qu'on ne pouvait jamais les prévoir et c'est déjà un fait notoire, à institutionnaliser.

Il semble donc très important que la trace écrite, même si le maître aide à la formulation, reste au plus près des termes des élèves afin qu'elle ait un sens pour eux, qu'ils puissent spontanément s'y référer. D'ailleurs, les règles pour le placement des nombres (qui ont été élaborées dans de bonnes conditions) ont été souvent citées à bon escient par les élèves lors de l'évaluation, lors de la sixième séance, sans qu'elles aient fait l'objet d'une quelconque relecture ou révision préalable. (voir évaluation en annexe. 5)

Il nous semblait peu probable que le cahier d'expérience fasse l'objet d'une appropriation par les élèves lors d'une expérimentation aussi courte (6 demi-journées). Or, outre l'appropriation par la « décoration » du cahier, sans doute anecdotique, plusieurs éléments tendent à montrer que cette appropriation s'est amorcée (voir annexe 6 a, b):

- D'une part quelques élèves ont fait des ajouts spontanés aux écrits de classe, ajouts qui semblent avoir pour but d'enrichir les traces écrites. Ainsi, deux élèves ont-ils ajouté dans la marge, en face de chaque règle relative au placement d'un chiffre, le dessin d'une constellation. Un autre a illustré les règles en reproduisant les cases des feuilles de jeu et en mettant en valeur la case dans laquelle le chiffre devait être placé pour avoir plus de chances de gagner.
- D'autre part, lorsque nous avons annoncé que nous allions emprunter les cahiers d'expérience pour alimenter notre travail, les élèves ont voulu que nous confirmions que ce n'était qu'un emprunt !

L'alternance entre les écrits individuels et les écrits collectifs ou validés par tous reproduit dans la classe les pratiques de la communauté des chercheurs et constitue donc une réelle initiation à la démarche scientifique. « *Le cahier d'expérience, dont nous avons dès le début de La main à la pâte vivement recommandé la tenue, participe à cet usage selon une modalité qui est propre à la science* » (Charpak/Lena/Quere L'enfant et la science,). Notre expérimentation semble confirmer qu'en mathématiques comme en sciences expérimentales, le recours à l'écrit, selon les modalités décrites ci dessus, favorise les apprentissages tout en développant chez les élèves des qualités de scripteurs en donnant du sens à l'écrit.

Pour conclure sur la démarche expérimentale, nous dirons enfin que les élèves ont montré une grande motivation pour le travail qu'ils menaient. L'activité a été proposée sous forme de jeu et les élèves ont eu à manipuler des dés à de nombreuses reprises ; cela aurait pu conduire à une reformulation de la tâche ! Or, nous avons pu proposer des séances longues sans avoir à déplorer de débordements et en gardant une attention et une concentration suffisante de la part des élèves. Nous le soulignons d'autant plus que cela n'a pas été le cas pour les autres activités que nous avons mené dans d'autres disciplines. Nous rejoignons sur ce point les auteurs de L'enfant et la science qui relatent : « *Nos observations sur la motivation intense des enfants dans les classes de sciences montrent à l'évidence qu'il s'y produit une mobilisation positive des capacités d'émotion, c'est-à-dire, au sens étymologique du terme, une mise en mouvement intérieur.* »

3-b : Représentations des données et simulation

● Les histogrammes :

Aborder la représentation de données et les outils que l'on peut utiliser nous semblait important du fait que c'est un des problèmes que rencontrent les statisticiens mais aussi car une bonne représentation est nécessaire pour donner une lisibilité aux phénomènes.

Nous avons choisi l'histogramme plutôt que le camembert ou d'autres modes de représentations pour les raisons suivantes :

- il nous semblait être un mode de représentation assez simple et parlant pour nos jeunes élèves. Nous avons choisi des barres horizontales (ce qui n'est pas standard) de manière spontanée. Or il semble que cette présentation ait été bien comprise par les élèves. Ils pouvaient ainsi voir quel nombre apparaissait plus souvent comme sur les « photos finish » des courses sur les stades.
- l'histogramme en bâton nous semblait aussi assez simple à construire. La construction d'histogrammes personnels n'a pas posé problème mais la mise en commun pour construire l'histogramme de la classe a été plus difficile que prévue et des erreurs de relevé ont eu lieu.

Descriptif des constructions (voir annexe 10 a, b, c, d, e):

Nous avons donc donné à chaque élève une fiche avec le cadre d'un histogramme en deux exemplaires : un pour son cahier d'expérience et un pour construire ensuite celui de la classe. Nous avons insisté sur le fait qu'un seul membre de chaque binôme viendrait reporter ses « barres » au tableau puisque les deux membres des binômes avaient effectué les mêmes tirages.

Nous avions choisi une échelle de un « petit carreau » pour un lancer de dé et nous avons décidé de garder cette échelle pour les autres histogrammes de 200 et 2500. En effet, il nous semblait important que les élèves sentent que plus on représente un grand nombre de lancers plus l'histogramme est grand et surtout nous ne voulions pas parachuter un changement d'échelle alors que la classe n'avait pas encore abordé la proportionnalité.

Pour construire l'histogramme de 10 lancers les élèves devaient donc relever les tirages de la « partie pour de faux » évoquée plus haut et pour l'histogramme d'environ 200 lancers, ils devaient récolter les données de tous les tirages effectués à toutes les parties jouées.

Ce que les constructions ont permis de constater:

- Sur 10 lancers il y avait très souvent une face qui n'était pas tirée puisque presque tous les binômes avaient « un trou » (absence de barres) dans leur histogramme.
- Sur 150 lancers ce « trou » avait disparu. Toutes les faces étaient apparues plus d'une fois.
- Ce n'est pas toujours la même face qui n'est pas tirée, ni la même qui est le plus tirée et on ne peut pas prévoir quelles sont les différences : c'est une étape importante dans leur conception de l'aléatoire.

Une confirmation de leur compréhension a été faite lors des simulations sur dé électronique : les élèves « pariaient » sur la face qui serait la plus tirée et ils ne choisissaient pas toujours la même.

Les élèves se sont confrontés à la question de représenter et organiser des données. Au niveau de cette organisation, les méthodes variaient selon les élèves. Certains les relevaient une par une et les représentaient au fur et à mesure sur l'histogramme, d'autres comptaient tous les 1 tirés, les représentaient sur l'histogramme, puis comptaient tous les 2 …d'autres encore procédaient page par page. Enfin, certains se répartissaient le travail à deux : un relevait les données, les communiquaient à l'autre qui les représentait sur l'histogramme

Nous avons donc constaté l'intérêt de ce travail avec des histogrammes pour construire à la fois des compétences mathématiques mais aussi pour exercer des compétences méthodologiques (où, comme nous l'avons dit, il y a eu des problèmes !).

Enfin, la mutualisation des résultats de chacun pour construire l'histogramme de la classe donnait sens à un relevé de données qui aurait pu être tout à fait abstrait si nous n'avions pas pris le temps de mettre chaque élève à contribution. La construction par les élèves eux-mêmes de l'histogramme leur a permis de mieux comprendre que si nous avions amené cet histogramme tout fait et qu'ils avaient juste eu à le lire.

Cela a aussi permis de préparer la découverte du dé électronique.

● **Dé électronique :**

Le « dé électronique » est ici pour nous un programme de simulation sur ordinateur d'un choix de nombres entiers entre 1 et 6, avec des chances égales de choix pour chaque chiffre.

Le premier contact avec ce dé électronique était organisé de la façon suivante (voir copie d'écran en annexe 11) :

Par groupe de 5, les élèves passaient une quinzaine de minutes avec l'enseignant à manipuler le logiciel. Celui-ci a été présenté comme un programme construit pour remplacer les lancers de dés afin d'être plus rapide et efficace. Chaque élève a pu faire une simulation de son choix et en observer une dizaine d'autres. Il suffisait d'entrer dans une case le nombre de tirages souhaité et de lancer la simulation. On voyait alors apparaître à l'écran les nombres tirés et la construction d'un histogramme au fur et à mesure que les nombres étaient tirés. Cet histogramme avait les mêmes caractéristiques que ceux construits par les élèves mais il changeait d'échelle progressivement. Nous n'avons pas expliqué ce changement d'échelle mais aucun élève n'a fait de remarques à ce sujet. Il se peut qu'ils ne l'aient pas remarqué mais cela paraît étonnant étant donné que ceux de 10000 lancers avaient la même taille que ceux de 10 lancers. Il semblerait donc que sans être capables de l'exprimer explicitement ni même sans en être conscient ils aient intuitivement accepté ce changement d'échelle comprenant son utilité (un histogramme de 10000 lancers à la même échelle aurait dépassé l'écran de l'ordinateur !!!).

Nous avons décidé de faire cette dernière séance sur le logiciel de dé électronique pour plusieurs raisons :

- Cet outil permet de faire de nombreuses simulations : par exemple 10 000 simulations sont faites en quelques minutes; un tel nombre de résultats seraient fastidieux voire impossible (risque d'erreur, usure du dé) à obtenir avec un dé réel. Cela permet donc d'accéder à un grand nombre de données et de comparer plusieurs histogrammes représentant un même nombre de tirage pour affiner ses conceptions sur l'aléatoire.
- d'après certaines recherches, l'outil informatique permettrait de faciliter le processus d'abstraction et de réflexion qui permet aux élèves de construire des connaissances mathématiques qui aient du sens. Ceci est expliqué dans l'article de H. Drier (2000) présentant un logiciel conçu pour permettre aux élèves d'améliorer leur compréhension intuitive des phénomènes aléatoires. Il cite les travaux d'autres chercheurs dont voici des extraits :

-" *From a constructivist perspective, students learn meaningful mathematics by making reflective abstractions as they accomodate their current cognitive structures to deal with a realisation that something does not work or is unexpected"* cité par H. Drier
(Cobb, 1994 ;Steffe, 1988 ; Von Glasfeld, 1995).

-"*This process of abstraction and reflection contributes to a student's ability to construct meaningful mathematical knowledge. Based on this constructive process of developing knowledge, several researchers have worked with children and developed theories of how computer microworld environments can facilitate this process*"
(Clements and Battista, 1994 ; Steffe and Wiegel, 1994 ; Bowers, 1995 ; Olive, 1999.) (voir traduction n°4 annexe 12)

De plus, l'utilisation de ce simulateur nous semblait entrer dans le cadre de l'apprentissage des TICE présent dans les programmes.

Cependant, pour être opérationnel cet outil, comme tout autre outil informatique que l'on met à disposition d'élèves dans un but pédagogique, devait répondre à certaines conditions :

- Etre facilement manipulable par les élèves. Même si pour cette première utilisation les élèves travaillaient par groupes de 5, encadrés par un enseignant, nous pensions que par la suite il aurait fallu permettre une utilisation individuelle libre. Pour cela nous avons simplifié au maximum les actions à effectuer et bloqué certaines fonctions qui auraient pu dérégler le système. L'accessibilité de l'outil est une des conditions citées par H. Drier pour qu'un logiciel soit « fertile » :

« *Bibblecomb emphasizes that « computer environments must be very flexible in order to make them as open as possible for the teacher and students to construct their own individual and shared mathematical environments.* » (traduction n°5 annexe 12)

De cette façon, comme nous l'explique H. Drier, les élèves peuvent apprendre en expérimentant par eux-mêmes sur cet outil et donc poursuivre le travail initié par la manipulation d'un dé manuel : « *the environment does not teach students about probability. Instead, students can develop probabilistic reasoning skills as they use the tool available in the microworld to design their own experiments and analyse randomly generated data.* » (traduction n°6 annexe 12)

- Etre proche des outils manuels déjà utilisés. En effet les outils informatiques ne peuvent en aucun cas remplacer les manipulations. Comme nous le précise H. Drier en citant les concepteurs du logiciel: « *it is not my intention to replace physical experiences with digital simulations. In fact, use of such physical devices can help children comprehend the random process of the computer simulation and make meaningful connections between the two-dimensional icons and their three-dimensional counterparts.* » (traduction n°7 annexe 12)

Drier cite alors les recherches de Shaughnessy (1992) qui insiste sur l'importance de faire le lien entre les manipulations et les simulations : « *it is important for us to continue developing* *connections between concrete simulations and computer simulation in our teaching and investigating the effects of the transition between the two in our research* ». (traduction n°8 annexe 12)

En ce qui nous concerne, nous supposons que, si les élèves se sont si bien approprié l'outil informatique, c'est parce qu'ils avaient auparavant manipulé un vrai dé. Ils ont compris qu'un dé et un dé électronique ont la même fonction. Ils n'ont ainsi pas été écrasés par la puissance de l'outil informatique et ont pu lier expérience réelle et virtuelle.

Il nous semble que cet outil a permis de nombreux apprentissages :
Les élèves ont vu sur de très nombreuses simulations que le « trou » (absence d'apparition d'une face, pas toujours la même) dans les histogrammes de 10 était souvent présent ; nous n'avions pas prévu ce trou et il nous a nous-mêmes étonnées ! Par contre, sur les histogrammes de 150 lancers il n'est jamais apparu de tels trous. Cela a donné de la force à leur observation sur les 11 histogrammes de 10 lancers et de 150 lancers faits en classe. On peut supposer que cette observation d'abord concrète puis par simulation permettrait de mieux comprendre plus tard la probabilité qu'une face n'apparaisse pas selon le nombre de tirage.

Cette probabilité, nous l'avons nous mêmes découverte à l'occasion de ce mémoire. Voici des résultats (obtenus par le calcul et non par simulation) :

n	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**50**
	0,015	**0,054**	**0,114**	**0,189**	**0,272**	**0,356**	**0,438**	**0,514**	**0,583**	**0,644**	**0,999**

En deuxième ligne, on a la probabilité pour qu'en lançant n fois un dé, on ait obtenu au moins une fois chaque face (pas de trou dans l'histogramme). Par exemple, avec 10 lancers, il y a 27,2 chances sur 100 (disons moins d'une chance sur 3) pour qu'on ait les six nombres, soit plus de deux chances sur trois de ne pas les avoir et donc d'avoir un trou dans l'histogramme. Et avec 50 lancers, il y a 99,9 chances sur 100 pour qu'on ait les six nombres, donc moins d'une chance sur 1000 d'avoir un trou dans l'histogramme.

Le fait que leurs observations sur l'ordinateur « coïncident » avec celles faites lors de l'observation de leurs propres histogrammes permettait à la fois de donner de la valeur à leur travail (du fait de l'importance du travail sur l'ordinateur pour ces élèves) mais aussi de légitimer l'outil électronique qui fait la même chose que ce que nous faisons manuellement mais plus vite.

La régularisation, qui était visible avec le changement d'échelle, a été remarquée par tous les groupes mais elle n'a pas été l'objet de leur intérêt. Ils continuaient à être frappés par les petits écarts relatifs subsistants. Les élèves, n'ayant pas la notion de fréquence, ne peuvent pas voir la régularité qui apparaît. Nous avons pris conscience ici nous-même de ce fait bien connu : l'observation qu'on peut faire de faits expérimentaux dépend des outils théoriques dont on dispose.

Et ce qu'ils ont bien compris, et que nous aurions pu formuler en guise de conclusion de l'expérimentation, c'est :

« Il y a toujours un nombre qui gagne mais on ne peut pas savoir lequel. »

Un travail plus conséquent avec ce logiciel ou d'autres et en continuant les manipulations aurait pu permettre d'aborder vraiment des notions telles que :

- **les échelles de représentation** en retournant à la construction d'histogrammes en remplaçant « 1 carreau pour 1 tirage » par « 1 carreau pour 20 tirages » puis pour 100…La proportionnalité étant au programme de CM2.
- **Les écarts relatifs et absolus** puisque les élèves de CM2 sont capables de faire des comparaisons de fractions. On pouvait alors envisager de comparer un écart de 3/10 et un écart de 10/100 puis de 100/2000
- **la représentation de données** : en faisant anticiper les élèves sur les résultats de leurs expérimentations (ce qu'ils faisaient naturellement lors des simulations informatiques) et en les laissant eux-mêmes organiser les données recueillies grâce à l'outil de leur choix. C'est ce que propose le « computer microworld » décrit par H. Drier : *« the action of clicking on the « run » button in order to simulate a random event represents a conscious action by the child to induce a chance event. This action is similar to the purposeful act of rolling a dice or flipping a coin and anticipating the outcome. Once randomly generated icons appears on the screen, the child can act upon the objects to organize, sort, stack, or line up the icons in a playful and potentially meaningful manner.* » (traduction n°9 annexe 12)
- **la loi des grands nombres** : D'après H. Drier, l'utilisation du « computer microworld » a permis à certains élèves d'approcher cette notion : *« Use of these representations as dynamic units of analysis can help children visualize concepts such as the law of large numbers and develop appropriate uses of the representative heuristics. The true power comes from the children watching the graphical representations during the simulation process and observing the wide variability in small samples and how the results « even out » (for equiprobable outcomes) as the number of trial increases.) »* (traduction n°10 annexe 12)

Ce phénomène était observable avec notre logiciel et aurait donc pu être exploité. L'expérience menée par H. Drier a amené des réactions prometteuses d'élèves : *« Jon (8 years old) further described his observation by stating : « the higher you go, the more it looks like what you are suppose to get ». These children were able to visualise the phenomenon of the law of large numbers and used body motions and verbal descriptions that suggest the* *dynamic analysis of the pie graph helped them conceptualize this phenomenon.* » (traduction n°11 et 12 annexe 12)

Le temps consacré à l'expérience de H.Drier et les résultats obtenus montrent l'importance de ce facteur. Cependant nos résultats comparés aux siens semblent indiquer que nous étions dans la bonne direction.

PERSPECTIVES ET CONCLUSIONS :

Nous nous interrogions, au début de ce travail, sur ce que permettrait l'activité « qui peut le plus ? » en termes d'apprentissage sur l'aléatoire. Nous croyons pouvoir dire que les élèves ont appris :

- que chaque face du dé a une chance égale d'apparaître : si on constate des différences d'occurrence entre les faces, ces différences ne sont pas prévisibles et ne sont jamais les mêmes.
- que l'on peut avoir recours à l'expérimentation pour tester une idée.
- que l'on peut parfois prévoir en milieu aléatoire.
- que l'on peut représenter des données pour les rendre lisibles.
- qu'un outil comme l'ordinateur peut aider à faire des expériences qui sont difficilement réalisables autrement.

A l'issue de ce travail les prolongements possibles nous semblent nombreux et variés :

- **travailler sur les chances égales ou inégales** : grâce à l'utilisation de dés pipés (commencée en dernière séance) nous pourrions faire des comparaisons de recueil de données pour que les élèves perçoivent la différence entre chances égales et inégales.
- **faire des expériences où on demande d'anticiper des résultats** : cela ne semble possible qu'une fois que les élèves ont suffisamment manipulé et approché quelques notions de base. L'activité du manuel Cap Maths « Plusieurs chemins » évoquée en I-3, est une des suites possibles.
- **tenter de dénombrer les issues possibles** : nous avons demandé aux élèves le plus grand nombre qu'on pouvait obtenir (66) et le plus petit (11), mais nous n'avons pas demandé si tous les nombres entre 11 et 66 pouvaient être obtenus. En effet, dresser la liste des cas possibles nous semble une problématique trop complexe lors d'une première approche, comme l'ont souligné de nombreux auteurs, dont Piaget (voir § I-2) ; nous n'avons pas non plus cherché à dresser la liste des nombres qu'on peut obtenir lorsqu'on applique les règles (par exemple, le nombre 16 ne peut plus être obtenu si on applique ces règles : en effet, 1 ne peut pas être le premier chiffre tiré car on l'aurait mis à gauche et 6 ne peut pas non plus être

le premier chiffre tiré car on le place à gauche et non à droite). Un prolongement de cette activité dans une classe de collège pourrait être de donner quelques nombres, tels 16, 44, 65 ou 26 et demander si on peut les obtenir, afin de faire raisonner les élèves. Enfin, au lycée, on pourrait faire écrire la liste des nombres possibles si on applique les 6 règles, et faire calculer la probabilité pour chacun d'eux d'être construits.

- de façon plus générale sur la démarche expérimentale, **faire pratiquer l'expérimentation comme moyen de prouver ou d'invalider des hypothèses.** Sonia Kafoussi de l'université de Aegean explique comment, même avec des enfants de 4-5 ans ce recours à l'expérience pour trancher des points de vue opposés peut être institué : « *the acceptance of the realisation of the experiment for the solution of a probalistic problem…for resolving conflicting viewpoints.* »

L'expérimentation ainsi que le travail réalisé pour formaliser le mémoire nous ont apporté des satisfactions tant sur le plan professionnel que personnel : nous avons senti les élèves « accrochés » par la démarche expérimentale (« *ça change des problèmes !* » ont-ils affirmé), nous avons eu la chance d'observer leur cheminement. Nous avons appris au moins autant qu'eux et même si aujourd'hui, nous nous retrouvons avec davantage de questions que de réponses, notre horizon s'est élargi. Comme l'exprime Alain dans ses Propos sur l'Education, nous avons découvert « *un plaisir supérieur que [nous aurions] toujours ignoré si [nous n'avions] d'abord pris un peu de peine* ».

Notre visite récente dans la classe de 4ème d'une collègue PLC2 qui a fait une expérimentation sur le même jeu que nous, nous a apporté encore un éclairage différent sur la question ; la collaboration se poursuivra peut-être au-delà du présent travail.

Sans aller jusqu'à affirmer comme le philosophe Jacques Rancière que le meilleur pédagogue est « *un maître ignorant* » (Jacques Rancière Le maître ignorant) , nous pouvons dire que notre manque de connaissances au départ dans le domaine des statistiques, s'il nous a d'abord beaucoup inquiété, ne s'est pas révélé un obstacle majeur au cours de l'expérimentation.

Nous nous serions bien sûr senties plus à l'aise avec un « bagage » un peu plus conséquent. Mais il nous semble à posteriori que cela nous a en quelque sorte libérées de la pression d'une somme de connaissances à transmettre à tout prix, et que nous sommes restées, de ce fait, bien en prise avec ce qui se passait au sein du groupe classe.

Par ailleurs, nous avons bénéficié du cadre sécurisant de l'atelier mémoire. En effet, comme en témoigne Laila Bennis, une polytechnicienne qui a accompagné pendant six mois des maîtres parisiens dans le cadre de « La main à la pâte », les enseignants ont besoin de se sentir épaulés pour se lancer : « *De nombreux maîtres craignent d'enseigner les sciences par peur* *de ne pas maîtriser suffisamment la discipline et de ne pas être capables de la raconter aux enfants. Un regard extérieur les rassure… Par ailleurs, les enseignants ont bien souvent du mal à dire aux enfants qu'il y a certains phénomènes qu'on ne comprend pas, que même le maître ne comprend pas, et que bien plus tard ils sauront peut-être résoudre le problème par eux-mêmes*. »

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages et articles :

-Bair Jacques et Hasbroeck Gentiane : « Sur l'enseignement de la statistique en communauté française de Belgique » revue Repères-IREM N°48-juillet 2002.Université de Liège

-Brousseau Guy ; Compte rendu du cours : « situations fondamentales et processus génétiques de la statistique ». cours de la 12e école d'été. Corps 2003

-Charpak/Lena/Quere :L'enfant et la science. L'aventure de la main à la pâte. Odile Jacob (2005)

-Rapport Cockcroft : mathematical counts. Report of the committee of inquiring into the teaching of mathematics in school, Londres, Her majesty's Stationnery Office, 1982, p.234.

-Develay Michel et Astolfi Jean-Pierre : La didactique des sciences.
Que sais-je ? PUF 1989

-Douaire/Hubert équipe Ermel « Mises en commun et argumentation en mathématiques ». Revue « grand N » (n 68 pp29à40,2000-2001).

-Drier Henri: "The probability explorer : A research-based microworld to enhance children's intuitive understanding of chance and data.
http://www.probexplorer.com/Articles/Drier2000Focus.pdf

-Duby Jean-Jacques : « Les français, les hôpitaux et les statistiques »:Revue Tangente N° 77 Octobre/novembre 2000

-Girard/Henry/Parzysz/Pichard : « Quelle place pour l'aléatoire au collège ? »
Revue Repères-IREM N°42- janvier 2001

-Glaymann M et Varga T : Les probabilités à l'école, éditions CEDIC

-Gras R : « Quelques principes majeurs pour l'élaboration d'un programme mathématique dans le second cycle », bulletin de l'A.P.M.E.P., n° 429, 2000 pp.522-527

-Green D.R: "The chance and probability concepts project"
http://www.rsscse.org.uk/ts/bts/green/text.html

-Henry Michel Apprendre à mathématiser le réel

-Henry Michel : Actes du séminaire Didatech, IREM de Franche-comté

-Houdement Catherine, Robert Claudine « Des pistes pour travailler sur l'aléatoire au cycle 3. Document de travail ». St Etienne, Septembre 2005.

-Irem de Grenobles, sous la direction de Schwartz Claudine : « Trois perles dans un poivrier » chapitre 7 de l'ouvrage Statistiques, expérimenter, modéliser, simuler à paraître chez Vuibert en 2006

-Kafoussi Sonia: "Can kindergarten children be successfully involved in probabilistcs tasks ?" http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3(1)_kafoussi.pdf

-Meletiou-Mavrotheris Maria: "On the formalist view of mathematics. Impacts on statistics instruction and learning" http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG5/TG5_meletiou_cerme3.pdf

-Piaget et Inhelder : La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant PUF (1951)

-Robert Claudine « Un regard statistique ».Revue « Graines de sciences »

-Robert Claudine « Le regard statistique et la simulation aléatoire ».Revue « Graines de sciences »

-Way, Jenny: "The developpement of young children's notion of probability" http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG5/TG5_way_cerme3.pdf

-Xypas Constantin: Piaget et l'éducation PUF 1997

Programmes et manuels :

-Charnay/Dussuc/Combier :manuel Cap Maths CM2 cycle 3 nouveaux programmes Hatier 2004

-Qu'apprend-on à l'école primaire. Ministère de l'éducation nationale SCEREN CNDP (2002)

-programme du cycle d'orientation troisième du 15 sept 1998

-programme de la classe de seconde du 30 Août 2001

-programme de première S du 9 Août 2000.