Parler du hasard à l'école primaire.

Claudine Schwartz

L'objectif de ce texte est de proposer des éléments de réflexion sur l'enseignement de la statistique à l'école primaire et d'introduire un questionnement destiné à nourrir le débat sur ce sujet. [1]

Pour entrer dans la problématique des enjeux éducatifs propres à la modélisation, nous allons parler du *hasard* qui, pour le meilleur et pour le pire, nous accompagne toute notre vie. Dans une première partie, nous interrogerons des élèves du primaire et des professeurs des écoles sur le mot *hasard*. Dans une deuxième partie, nous nous poserons la question de l'existence de ce *hasard*. Et c'est alors que nous parlerons de modèle. Enfin, ce *hasard* doit-il et peut-il être un objet d'enseignement en primaire ? Voilà ce qui nous occupera dans la dernière partie.

Quelques sens du mot hasard

A l'occasion d'un mémoire professionnel de fin d'études à l'IUFM de Grenoble [1], deux professeurs stagiaires ont interrogé les élèves d'une classe de CM1-CM2 sur le hasard. On trouvera dans l'encadré ci-dessous quelques-unes de leurs réponses (celles qui sont en caractères droits ont été données plusieurs fois, sous des formulations diverses).

Que signifie pour vous le mot « hasard » ?
Quelques réponses d'élèves de CM1-CM2

- Quand on ne sait pas ce qui va se passer (résultat d'un lancer de dé).
- C'est une chose où on ne peut pas savoir la réponse/quelque chose que tu ne peux pas savoir/quelque chose que tu ne peux pas prédire/tirer au sort.
- Une désignation au pif/c'est répondre sans réfléchir ; exemple : quelqu'un te -dit « combien un chat a-t-il de pattes ? » et tu lui réponds « 3 ».
- C'est quand tu réponds et tu ne sais pas la réponse.
- Veut dire sans le faire exprès.
- Le hasard est une chose où on peut avoir de la chance et de la malchance.
- Une coïncidence /par exemple, on trouve un billet de 50 euros par terre.
- Le hasard n'existe pas.
- Le *hasard c'est un peu de tout*.
- *Des évènements mystérieux de notre vie.*
- *C'est quand c'est pas rangé.*

On peut distinguer trois aspects dans ce corpus de réponses :

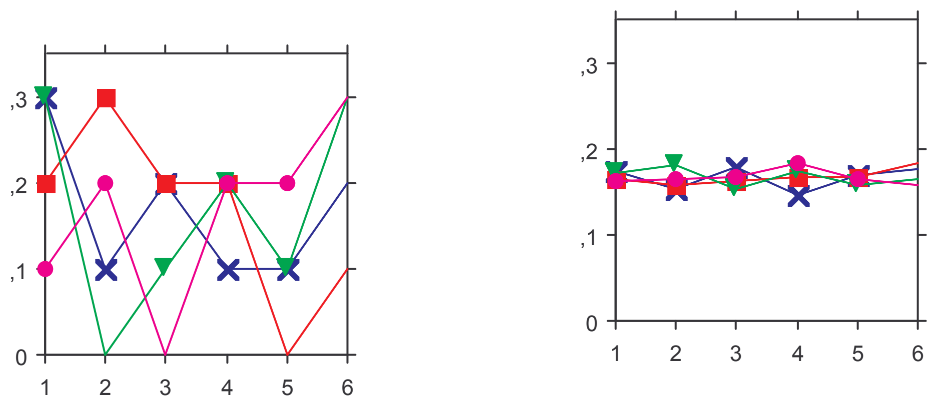
[1] Ce texte fait suite à une conférence donnée à Dourdan au congrès de la Copirelem, le 9 juin 2006, publiée dans les actes de ce colloque.

- le *hasard* lié à l'imprévisibilité d'événements extérieurs à la personne, qu'ils soient sources de bonheur (chance) ou de malheur (malchance) ;
- le *hasard* lié à l'absence de stratégie ou de réflexion lors d'une action produite par la personne ;
- le *hasard* comme coïncidence entre deux événements.

On notera que dans les deux premiers aspects, les événements arrivés *par hasard* résultent d'expériences que l'on peut répéter (les lancers de dés en étant des exemples typiques). La notion de coïncidence concerne par contre le plus souvent un événement remarquable résultant d'expériences destinées à ne pas être reproduites.

La réponse « le hasard n'existe pas » nous a semblé étonnante pour cette âge là ; il serait intéressant de savoir si les deux élèves qui l'ont donnée répétaient ce qu'on leur avait dit, où s'il s'agit d'une réponse à un questionnement spontané.

Les réponses en italiques de l'encadré ci-dessus n'ont été obtenues qu'une seule fois. Nous avons été surpris de la réponse « c'est quand c'est pas rangé », qui pourrait témoigner d'une intuition précoce du lien profond entre hasard et désordre ; ainsi, si on a une très grande liste de chiffres dans laquelle on observe un ordre, alors on dira que ce n'est pas une liste de nombres choisis au hasard. Nous n'avons pas pu réinterroger cet élève, mais selon son professeur, il aurait aussi pu confondre les locutions « c'est le hasard » avec « c'est le bazar » ! Mais après tout, le hasard, à petite échelle, c'est aussi le bazar et ce n'est qu'en regardant à grande échelle qu'on voit des régularités ou de l'ordre apparaître (voir encadré ci-dessous).



Dans le graphique à gauche, on trouve les fréquences de chaque chiffre pour 4 séries de 10 lancers de dés de différentes couleurs ; ainsi les 10 lancers du dé rouge (courbe avec des carrés rouges) ont donné lieu à deux fois la face 1, trois fois la face 2, deux fois la face 3, deux fois la face 4, zéro fois la face 5, une fois la face 6.

On peut dire des résultats que « c'est le bazar » : les fréquences varient de 0 à 0,3.

Dans le graphique à droite, on trouve les fréquences de chaque chiffre, pour 4 séries de 1000 lancers de dés électroniques : tout s'est aplati entre 0,15 et 0,19. Le bazar est moindre, les lois du hasard apparaissent.

Nous avons ensuite interrogé, en mars 2006, une trentaine de professeurs des écoles, en leur demandant d'écrire ce que signifiait le mot hasard.

Que signifie pour vous le mot « hasard » ?
Quelques réponses de professeurs des écoles

- Quelque chose d'imprévu.
- C'est l'inconnu ; on ne sait pas ce qu'il y a au tournant.
- Les interventions se succèdent, à partir d'un certain moment sans raison humaine.
- Quand on laisse libre cours au déroulement des événements, sans intervenir d'aucune manière.
- Un concours de circonstances, c'est-à-dire plusieurs évènements prévus ou non, qui se fusionnent entre eux et qui font qu'un événement a lieu.
- C'est une intuition heureuse, une part de chance.
- Le hasard n'existe pas.

Les réponses (voir encadré ci-dessous) relèvent des mêmes catégories que celles des élèves. Cette similitude des réponses a étonné les professeurs interrogés : professeurs et élèves en seraient au même point ? Peut-être plus simplement professeurs et élèves reflètent également le sens courant du mot hasard. Qu'en disent les dictionnaires ? Chacun pourra consulter ses dictionnaires préférés. Il y retrouvera sans doute certains des aspects dégagés ci-dessus : imprévisibilité pour les événements venant de l'extérieur, absence de stratégie pour des événements dont on est l'auteur, coïncidence.

Ainsi, dans le Dictionnaire des sciences philosophiques de Franck, paru dans la première moitié du $19^{\text{ième}}$ siècle, on trouve, pour le mot hasard :

« Ce qui ne paraît être le résultat ni d'une nécessité inhérente à la nature des choses, ni d'un plan conçu par l'intelligence ».

On trouvera aussi souvent une formulation autre : un lien avec la notion de causalité, ou plutôt d'absence de causalité apparente ou connue. Ainsi dans le « petit Robert », édition 2000, on trouve, en plus des notions d'imprévisibilité et de coïncidence :
….. *Cause fictive de ce qui arrive sans raison apparente ou explicable, souvent personnifiée au même titre que le sort, la fortune, etc.*

Formuler le cours des événements en terme d'enchaînement d'effets à des causes est une tentation ancienne et profonde : l'absence de cause a longtemps été inconcevable et l'imprévisibilité peu admissible ; on a ainsi consulté des oracles, invoqué des divinités ou le destin.

L'association entre hasard et causalité, hasard et décision divine (celle-ci étant alors la cause de ce qui arrive) se retrouve dans la littérature, comme on peut le lire dans l'encadré ci-dessous.

De l'usage du mot hasard

- Ce que nous appelons hasard, c'est peut-être la logique de Dieu.
Georges Bernanos *(Dialogue des carmélites).*

- Ce qui est hasard à l'égard des hommes est dessein à l'égard de Dieu.
Bossuet (*Maximes*).

- Il faut, dans la vie, faire la part du hasard. Le hasard, en définitive, c'est Dieu.
Anatole France *(Le jardin d'Epicure).*

- Laissons le choix au Hasard, cet homme de paille de Dieu.
Marguerite Yourcenar *(Le lait de la mort).*

Une définition de la coïncidence, dépouillée dans sa forme de la notion de référence au destin ou à Dieu a été énoncée par Antoine Augustin Cournot (1801-1877) sous une forme devenue classique :

Le hasard résulte de l'interférence de deux chaînes de causalité différentes.

L'exemple donné par Cournot est celui d'un ouvrier en train de réparer un toit et d'un passant qui marche vers un rendez-vous : l'interférence entre une chaîne de causalité relative à la réparation du toit, et une autre qui conduit un homme vers son rendez-vous se manifestant par la chute d'une tuile sur la tête du passant.

Il peut sembler étonnant a posteriori qu'aucune réponse donnée par les professeurs des écoles ne fasse intervenir la notion de causalité. Mais nous n'avons interrogé qu'un très petit nombre d'entre eux et l'affirmation par certains de la non existence du hasard est à relier à cette désignation d'une *cause fictive*.

L'histoire du hasard est aussi liée aux jeux ; il se pourrait que les jeux de hasard soient parmi les premières inventions de la société humaine, c'est du moins l'hypothèse émise dans [2], les objets produisant le hasard servant aussi à des pratiques divinatoires.

La théorie des probabilités, ou théorie du hasard n'a cependant émergé que bien plus tard, un peu partout dans le monde, à partir du 17$^{\text{ième}}$ siècle. Comment se fait-il que ce hasard n'ait pas fait l'objet d'une mathématisation ou d'une approche scientifique plus précoce ? Pourquoi les grecs, qui se sont intéressés aux sections de cônes par des plans, soient passés complètement à coté du calcul des probabilités ? De nombreuses hypothèses ont été avancées qui sont partiellement convaincantes [3] ; les principales sont :

- les lancers de dés étant utilisés en matière de divination, cela en rend l'investigation scientifique impossible,
-une théorie scientifique n'émerge que lorsque le besoin s'en fait ressentir,
-une bonne connaissance de l'arithmétique était nécessaire.

Le hasard existe-t-il ?

On peut arriver à estimer grossièrement les chances qu'on avait d'observer certaines coïncidences. En fait, de nombreuses coïncidences se produisent dans le monde à chaque instant, la plupart passent inaperçues, soit qu'on n'en ait pas eu connaissance, soit qu'elles présentent trop peu d'intérêt pour être relevées même si chacun de nous est, au cours de sa vie, frappé par certaines de celles qu'il a pu observer. Comme dit Balzac, dans l'avant propos de *La Comédie Humaine* « *le hasard est le plus grand romancier du monde ; pour être fécond, il n'y a qu'à l'étudier* ».

Nous allons laisser de coté le champ des coïncidences dont parlent Balzac, Cournot et tout à chacun, pour nous occuper du hasard tel qu'on l'observe lors d'expériences reproductibles.

Pour Voltaire et Laplace, le hasard *n'existe pas*, mais est simplement le nom donné à notre ignorance, à notre manque d'intelligence .

« Ce que nous appelons le hasard n'est et ne peut être que la cause ignorée d'un effet connu. »
Voltaire, 1694-1778, *in* Dictionnaire philosophique.

« Nous devons envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome; rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé serait présent à ces yeux. »
Pierre Simon de Laplace (1749-1827), Essai philosophique sur les probabilités.

Laplace était mathématicien, ses cours de probabilité et *l'essai philosophique sur les probabilités* (1814) sont restés célèbres. Il ne s'agit pas d'une simple dénégation de la notion de probabilité. La position énoncée ci-dessus est éclairée par d'autres textes, où Laplace explique que les mouvements des astres ne se font pas *par hasard*, ils ont nécessairement une cause. Ce que Laplace appelle *cause* d'un évènement est en fait une loi physique, intégrée à un modèle à l'intérieur duquel cet événement devient explicable et prévisible. La connaissance du monde réside dans la possibilité de le modéliser, de le « mettre en équation » sans que ces modèles fassent intervenir le hasard. En ce sens, le hasard n'existe que parce-que nous manquons d'information et de théories.

Un changement décisif dans la vision du hasard est apparue avec la modélisation de phénomènes tels que la trajectoire d'une boule de billard ; une « mise en équation » selon les lois de la physique classique, et la connaissance exacte de la position de départ de la bille, ainsi que la force avec laquelle on la lance, suffit à prévoir en théorie sa trajectoire. Mais la *connaissance exacte* (c'est-à-dire avec un « précision infinie ») de la position initiale de la boule est un concept théorique. La réalité est que la position est connue avec une marge d'incertitude ; dans le cas de la boule de billard, cette incertitude se propage exponentiellement au cours du temps, de telle sorte qu'assez rapidement le mouvement réel ne ressemble plus du tout au mouvement calculé dans le modèle : c'est le phénomène du chaos déterministe. On est ainsi en présence d'un phénomène complètement prévisible en théorie, mais cela ne nous est d'aucun secours en pratique pour savoir où sera la boule de billard peu de temps après son lancer. Par contre des modèles aléatoires, c'est-à-dire où on fait intervenir une part de hasard, sont efficaces en terme de prévision et d'explication de certains phénomènes observés. Il en est de même d'un lancer d'une pièce ou d'un dé : on peut imaginer écrire les équations du mouvement, mais pour les mêmes raisons, elles ne permettent pas d'expliquer ou de prévoir sur quelle face il va retomber. Dans ces exemples, on bute non sur notre ignorance mais sur le fait que toute mesure physique est entachée d'incertitude.

La question de l'existence du hasard relève ainsi aujourd'hui du domaine de la philosophie ou de l'épistémologie des sciences, mais dans la pratique scientifique, la position est celle que dit en une phrase le mathématicien contemporain David Ruelle :

« Je préfère ne pas considérer le hasard comme une partie du monde physique, mais comme une partie de sa description ».

Le terme description est à prendre ici au sens de modèle*,* c'est-à-dire d'une reconstruction du réel par la pensée. Le premier pas vers une modélisation, celui qu'on peut envisager de faire à l'école primaire, est d'ailleurs de l'ordre de la description puisque l'usage d'outils théoriques n'est pas envisageable.

Dans le sillage de cette réflexion, rappelons que les nombres entiers aussi sont des fictions : ils n'existent pas dans la nature (on peut trouver trois pommes ou quatre lapins, mais pas les nombres 3 et 4). Pour être plus précis et situer le lieu de ces fictions, nous dirons que les nombres comme le *hasard* sont des *objets mathématiques*. Ou encore, pour ce qui concerne les dés : il existe des objets du monde réel appelés « dés », mais un dé équilibré est lui, un objet mathématique.

Le hasard : un objet d'enseignement à l'école primaire

Il y a aujourd'hui un vaste consensus sur l'idée que l'enseignement du 21ème siècle devra transmettre l'idée que raisonner concerne non seulement le champ du déterminisme, mais aussi celui des phénomènes imprévisibles : après deux siècles où la pensée occidentale a été très marquée, voire assujettie aux règles de la logique aristotélicienne, il s'agit là d'une grande nouveauté. De plus, *dans la vie*, les situations sur lesquelles exercer une pensée déterministe ne sont pas les plus fréquentes, comme le signale cette vision du mathématicien contemporain D. Mumford :

« I believe stochastics methods will transform pure and applied mathematics in the beginnings of the third millenium. Probability and statistics will come to be viewed as the natural tools to use in mathematical as well as scientific modeling. The intellectual world as a whole will come to view logic as a beautiful elegant idealization but to view statistics as the standard way in which we reason and think."[2]

David Mumford, The downing of the age of stochasticity. [6]

On avait pris l'habitude de mettre l'accent sur les erreurs et bêtises que font ceux qui n'ont jamais eu l'occasion d'apprendre les concepts de base ; d'où un long bêtisier qui n'est pas de nature à donner envie de travailler le sujet ! Le fait que cette culture statistique a à voir avec l'éducation est une idée assez récente (l'introduction de l'enseignement de la statistique en collège date de 1986 [7]). Très paradoxalement, dire que penser et comprendre l'aléatoire relève d'un apprentissage spécifique apparaît encore aujourd'hui novateur !

S'il semble acquis que le sujet concerne le système éducatif, est-ce dès l'école primaire ? Le stade de développement cognitif des jeunes élèves du primaire le permet-il ? Il n'est évidemment pas question, à ce niveau, de parler de probabilités égales ou non, et encore

[2] *Je pense que les méthodes stochastiques vont transformer les mathématiques pures et appliquées dès le début du troisième millénaire. La théorie des probabilités et la statistique deviendront des outils de routine tant en mathématiques que dans la pratique de la modélisation scientifique. La communauté intellectuelle regardera la logique comme une modélisation esthétique et élégante, tandis que la statistique deviendra notre mode standard de raisonnement et de pensée.*

moins d'avoir une approche dans laquelle la théorie soit première, même en remplaçant les termes de probabilités égales ou inégales par chances égale ou inégales. Cependant, les élèves du primaire sont concernés par les jeux de hasard et la variabilité (des tailles, des poids, certains tombent malades et d'autres pas, etc.). Il serait prématuré de définir exactement la place du hasard dans les programmes de l'enseignement primaire, mais il est utile de regarder la nature des objectifs qu'on pourrait atteindre à ce niveau ; discuter de leur pertinence scientifique, de leur position dans l'ensemble du cursus de la scolarité obligatoire et des moyens pour parvenir à les atteindre permettront alors de cerner la place que doit tenir ce sujet dans des curricula.

Après diverses expérimentations dans des écoles primaires et deux mémoires [8] et [1], nous proposons comme base de discussion la liste, non limitative suivante :

1- Se familiariser avec le langage des chances égales ou inégales, ou de hasard équitable ou non équitable.

Prendre conscience qu'il y a plusieurs sortes de hasard et trouver des mots pour le dire permettra d'avoir une base solide autour de laquelle l'intuition peut se construire.

2- Savoir que les dés et les roulettes n'ont pas de mémoire (d'où l'indépendance des résultats les uns par rapport aux autres), et comprendre les conséquences en termes de prévisibilité.

Il semble tout à fait possible de faire comprendre aux élèves que comme une roulette n'a pas de mémoire les chances de tomber sur rouge ne sont pas influencées par le passé.

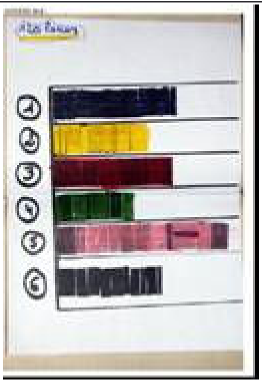
Il parait d'autant plus nécessaire de travailler sur cet objectif que certaines calculatrices de poche ont maintenant une fonction « dé électronique » : lors de chaque appui de la touche « dé », on voit le dessin d'un dé apparaître sur l'écran, ainsi qu'un nombre entier entre 1 et 6. Si les élèves n'ont pas manipulé des « objet dés », leur faire comprendre qu'un dé n'a pas de mémoire sera très difficile et relèvera essentiellement d'un argument d'autorité du maître.

3- Prendre conscience que la chance aux dés n'existe que pendant un temps limité et non « toute la vie ».

Se trouver chanceux ou non en ce qui concerne la vie quotidienne relève de la liberté de pensée et de l'histoire propre de chacun de nous ; mais savoir que dans de nombreuses circonstances, cette notion n'est pas étayée par l'expérience relève de l'apprentissage de la vie citoyenne.

4- Construire des histogrammes pour représenter une série de données lorsque leur ordre importe peu.

D'après les premières expériences faites, il semble que la représentation en histogramme, dessiné horizontalement comme sur la figure ci-dessous puisse être travaillée en cycle 3.



Un histogramme réalisé par des élèves de cycle 3 (extrait de [8]).

5-Introduire le « *dé électronique* »

Une expérience prometteuse a été faite [8], où les élèves sont passés peu à peu de leurs propres lancers de dés à l'usage d'un programme (dé électronique)sur tableur qui tire des nombres entiers au hasard (hasard équitable) entre 1 et 6.

Les outils logiciels permettent une approche complètement nouvelle des probabilités et de la statistique, et il est important de réfléchir au moment opportun où se fera le lien entre le dé en bois, outil de simulation traditionnel du hasard équitable, et le *dé électronique* outil moderne beaucoup plus performant.

Signalons qu'au delà d'une pratique pédagogique prometteuse, la simulation sur ordinateur est aujourd'hui une pratique scientifique majeure, à laquelle il convient d'initier les jeunes élèves. En termes simplifiés, on peut dire que l'expérimentation, c'est « ce que nous dit la nature » et la simulation, c'est « ce que nous dit le modèle » ; la confrontation des résultats d'expériences et de simulations est à la base de la pratique de la modélisation.

6- Observer sur quelques exemples l'apparition de régularités obtenues dans de grandes séries de données.

Cet objectif nécessite d'avoir défini les fractions, et d'avoir initié à l'usage du dé électronique. Il est en retour susceptible d'aider les élèves à s'approprier le sens de la notion de pourcentage.

Cet objectif est ambitieux à ce niveau, mais l'est-il exagérément ?

Quelques principes pédagogiques

Nous allons maintenant dégager quelques éléments d'ordre pédagogique pour une approche de l'aléatoire dans le primaire :

- adopter une ***démarche d'investigation*** : le domaine de l'aléatoire se prête particulièrement bien à un enseignement fondé sur une démarche d'investigation, comme c'est le cas pour l'enseignement des sciences en primaire ; l'approche de l'aléatoire est en totale continuité avec l'esprit et le contenu du site de « La main à la Pâte » ;

-aborder la réflexion sur l'aléatoire **en lien avec diverses disciplines ;**

Les mesures (cela concerne donc la biologie, la physique, la géographie, etc.) sont toujours entachées d'incertitude ; le remarquer et prendre conscience qu'il ne s'agit pas d'erreurs au sens usuel du terme peut constituer une des premières grandes rencontres avec l'aléatoire

-dans le cadre de ***jeux de hasard*** ;

-travailler des situations où le hasard n'est pas au centre du sujet ;

On peut par exemple utiliser des dés à 6, 8 ou 10 faces pour construire des nombres avec lesquels on travaillera en mathématiques, le hasard étant alors un excipient, sur lequel on peut néanmoins réfléchir (voir exemples dans [9]).

- **choisir, pour chaque situation, le langage qui convient aux élèves** et veiller, dans un premier temps, à les mettre en situation d'élaborer leur propre discours, avec leurs mots à eux tout en restant cohérent.

Un exemple : la locution « hasard non équitable » a été proposée par des élèves de cycle 3 à propos d'un jeu où les chances de gagner des deux joueurs étaient inégales.

Les représentations a priori des élèves

Il est souvent utile, avant d'aborder un nouveau champ scientifique, de poser des questions pour faire émerger les représentations a priori qu'en ont les élèves. Dans ce cadre, on trouve classiquement des questions telles que les suivantes, pour des élèves d'environ 10 ans.

1-On lance un dé dont trois faces sont bleues, trois faces sont jaunes. Vous devez parier sur une couleur. Laquelle choisir ?
2-On lance un dé dont deux faces sont bleues, quatre faces sont jaunes. Vous devez parier sur une couleur. Laquelle choisir ?
3-Dans une boîte, il y a 3 boules noires et 6 boules blanches ; dans une autre boîte, il y a 7 boules noires et 14 boules blanches. En tirant une boule au hasard, est-ce qu'il y a une boîte dans laquelle on a plus de chances d'avoir une boule noire ?

Les questions 1 et 2 nous paraissent plus de nature à troubler les élèves qu'à faire émerger leurs connaissances a priori, puisque précisément pour eux, le hasard, c'est l'imprévisibilité, l'impossibilité de choisir. La question 1 est même un piège puisque les deux paris sont *équivalents*. Il faudra longtemps avant d'appréhender ce qui est prévisible dans le hasard et d'avoir les concepts pour l'exprimer. Pour pouvoir répondre à ces questions, il faut en fait imaginer qu'on lance de nombreuses fois le dé. Alors, autant vaut le dire et remplacer ces questions par :

1*-On lance plusieurs fois un dé dont trois faces sont bleues, trois faces sont jaunes. Que va-t-il se passer ?
2*-On lance plusieurs fois un dé dont deux faces sont bleues, quatre faces sont jaunes. Que va-t-il se passer ?

La question 3 semble vraiment très difficile à ce niveau : pourquoi 3 chances sur 9 serait-il identique à 7 chances sur 21 ? Cette question serait pertinente juste avant d'introduire le formalisme dans lequel la probabilité se calcule en faisant le quotient du nombre de cas favorables par le nombre de cas possibles. Aborder directement et de front cette comparaison semble bien en dehors de ce qu'on peut faire en primaire.

Notons cependant qu'une bonne réponse serait, dans le cadre d'un enseignement basé sur la méthode d'investigation : « *nous allons construire de telles boîtes et faire des expériences pour comparer les résultats* ». Mais malheureusement une telle expérience comparative est difficilement interprétable avant le lycée : si on tire 20 fois une boule, avec remise, dans la boîte à 9 boules, et qu'on obtient n noires, et 20 fois une boule, avec remise, dans la boîte à 21 boules, dont n' noires, les deux nombres n et n'ont fort peu de chances d'être égaux : à partir de quel écart entre n et n' va-t-on dire que les chances d'avoir une boule noire sont les mêmes ? Si des élèves ont l'intuition que c'est pareil, ou soulèvent eux-mêmes un jour la question, il convient bien sûr de leur donner des éléments de réponse, avec des explications qualitatives liées au stade de réflexion qu'ils ont atteint.

Il nous paraît en fait plus pertinent, si on choisit de voir où en sont les élèves avant de commencer une séquence d'enseignement, de poser des questions plus larges, plus vagues, telles : que signifie pour vous le mot hasard, ou la locution « chances égales » ?

Conclusion

Les positions sur l'approche des phénomènes aléatoires ont variées au cours du temps. D'un coté, Piaget et Inhelder [10] pensent que le dénombrement des issues possibles est la première étape pour un enseignement qui vise la théorie des probabilités ; en conséquence, un tel enseignement ne peut être précoce. Mais à l'époque de Piaget, la statistique était moins développée qu'aujourd'hui, les moyens informatiques et les media étaient tout à fait autres. D'un autre côté, il y a tous ceux pour qui l'observation de différentes sources de variabilité est première, c'est notamment l'option anglo-saxonne et celle que nous défendons ici et qui, nous l'espérons, donnera lieu à débat et expérimentations.

.

[1] *Observation de phénomènes aléatoires par les élèves*. Mémoire professionnel PE2, mathématiques de Ludovic Menegoz et Christine Zampa, sous la direction de G. Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, 2005-2006.

[2] *Games, Gods and Gambling. The origins and history of probability and statistical ideas from the earliest times to the Newtonian era*. F.N. David. London, 1962.

[3] *L'émergence de la probabilité*, Ian Hacking, Seuil, 2002 (première édition anglaise 1975).

[4] Méthodes probabilistes de prévision, M.C. Viano, actes de *Maths en jeans*, 1997

http://www.mjc-andre.org/pages/amej/edition/actes/actespdf/97165172.pdf

[5] *Philosophie des mathématiques et de la modélisation du chercheur à l'ingénieur*, Nicolas Bouleau, l'Harmattan, 1999.

[6] *Mathematics towards the third millenium*. Fascicule spécial des actes de l'académie nationale du centre Lincei, série IX, 2000.

[7] *À l'école des probabilités*, B. Courtebras, PUFC, 2006.

[8] *Entre hasard et déterminisme : un jeu de dés pour approcher l'aléatoire en cycle 3.* Mémoire professionnel PE2 , mathématiques de Isabelle Pinet et Christelle Blein, sous la direction de G. Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, 2005-2006.

[9] *La spécificité de la démarche d'investigation en mathématique*
Catherine Houdement (IUFM Rouen) et Claudine Robert (université Joseph Fourier Grenoble) :

http://www.xplora.org/shared/data/xplora/pdf/aleatoire_en_cycle3.pdf

[10] *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*, Jean Piaget et Bärbel Inhelder, PUF,1951.