Des thèmes pour le concours : *La démarche statistique*

Voici quelques thèmes et pour certains d'entre eux, des détails sur une mise en œuvre possible en classe. Les participants au concours peuvent s'en inspirer librement, les adapter à leur niveau de classe et leur goût propre.

Les thèmes sont répertoriés par des mots clés relatifs aux traitements statistiques mis en œuvre, par les disciplines concernées et par les niveaux de classe où on peut exploiter des éléments de ce thème.

Ces thèmes ne seront pas privilégiés par le jury du concours, ils ne sont là que pour donner des idées.

Thème 1 : Nombre d'atomes

Comptages, protocoles expérimentaux, variabilité de la mesure, grands nombres, linéarité de la moyenne. Estimation, ordre de grandeur.
Discipline : physique-chimie, SVT, mathématiques. Niveau : collège, lycée

Thème 2 : Taux de mortalité : la France et l'Inde

Taux, effet de structure, explication de données.
Discipline : mathématiques, géographie, SES. Niveau : lycée

Thème 3 : Compter des étoiles, des lumières

Comptage, estimation, précision.
Discipline : mathématiques, SVT, géographie. Niveau : collège, lycée

Thème 4 : Combien de frères et soeurs ?

Interprétation d'une moyenne, population de référence, simulation.
Discipline : mathématiques, SVT, géographie. Niveau : collège, seconde

Thème 5 : Parité statistique

Fluctuation d'échantillonnage, intervalle de dispersion.
Discipline : mathématiques, SES, géographie. Niveau : collège, seconde

Thème 6 : Figurines « Shrek »

Fluctuation d'échantillonnage, simulation, jeu de hasard.
Discipline : mathématiques. Niveau : collège, seconde

Thème 7 : A chacun son chapeau

Modélisation, Simulation, espérance, variance.
Discipline : mathématiques, physique, chimie. Niveau : lycée

Thème 8 : Que penser de ces graphiques ?

Alignements de données, évolution temporelle, analyse de graphiques.
Discipline : SES, biologie, mathématiques. Niveau : troisième, lycée

Thème 1 : Nombre d'atomes

Combien d'atomes de cuivre y a-t-il dans un petit morceau de cuivre (lame parallélépipédique utilisées en TP de physique) ? On va essayer de répondre à partir des caractéristiques de l'échantillon (à l'échelle macroscopique) et de connaissances sur l'atome de cuivre (échelle microscopique).

Premier protocole expérimental :
Mesure : Peser la lame de cuivre .
Chaque binôme fait les mesures avec la même lame de cuivre.
A partir de mesure faite et de la masse de l'atome de cuivre, déterminer un estimateur N_1 du nombre N d'atomes dans l'échantillon.

A propos de la variabilité de la mesure :
- demander aux élèves si le terme erreur de mesure leur semble parlant et pertinent,
-faire chercher les causes principales possibles de la variabilité de la mesure,
-observer (graphique à l'appui si besoin est) les mesures des masses, en faire un résumé (moyenne étendue, ou moyenne écart-type suivant les classes).
-comment se répercute la variabilité de la mesure sur l'estimateur de N ?
-soit $\overline{N}_1$ la moyenne des nombres N_1 obtenus dans la classe et $\widetilde{N}_1$ l'estimation de N obtenue en prenant pour masse de la lame la moyenne des mesures des masses ; a-t-on $\overline{N}_1 = \widetilde{N}_1$? Expliquer…

Protocole 2
Mesurer les dimensions de la plaque (épaisseur, longueur, largeur). En déduire une mesure du volume.
A partir des connaissances sur les rayons atomiques, calculer l'ordre de grandeur du volume d'un atome de cuivre.

Déterminer alors un estimateur N_2 du nombre N d'atomes de cuivre dans cet échantillon :
- en admettant dans cette approche que l'empilement des atomes sphériques est compact.
-ou en demandant aux élèves de faire une recherche sur le WEB sur le problème des empilements d'orange (théorème de Kepler, démontré en 1998) et voir si, en admettant l'empilement optimal des atomes, le fait qu'il y a des trous change l'ordre de grandeur.

Soit $\overline{N}_2$ la moyenne des nombres N_1 obtenus dans la classe et $\widetilde{N}_2$ de N obtenue en prenant pour masse de la lame la moyenne des mesures des masses ; a-t-on $\overline{N}_2 = \widetilde{N}_2$? Expliquer…

Synthèse des résultats, commentaires
-l'ordre de grandeur du nombre N d'atomes de cuivre contenu dans cette lame.
-comparaison des deux méthodes à l'aide de critères que les élèves devront définir eux-mêmes.

Généralisation et thème de devoir :

-On admet qu'il y a $6{,}02.10^{23}$ atomes de carbone dans 12,0 g de carbone ou d'atome H dans 1,0 g d'hydrogène ; ce nombre, le nombre d'Avogadro est noté N_A. Ce nombre est-il du même ordre que celui du nombre d'atomes de cuivre dans la lame ?

-Travailler sur le texte de Perrin sur les 13 méthodes pour déterminer le nombre d'Avogadro.

-Les grands nombres sont mal appréhendés par l'esprit. On peut essayer d'associer le nombre d'Avogadro (ou une estimation de N) à des images ; par exemple :

- on considère une pile de N_A feuilles de papier. La hauteur l de cette pile peut être exprimée avec diverses unités : distance terre-soleil, année lumière, siècle lumière….

- on considère N_A grains de sable. Quel est leur volume ? A comparer à celui de la terre.

- Un ordinateur exécute des instructions au rythme de 1000 MIPS (million d'instructions par seconde) ; combien faudrait-il d'années pour exécuter N_A instructions ? Comparer à l'âge de la terre.

On peut aussi demander aux élèves, à partir d'un de ces exemples, d'en inventer d'autres ; comme devoir, on peut leur demander une narration de ce qui a été fait, et/ou d'imaginer une BD avec les explications que donneraient des personnages connus pour parler du nombre d'atomes dans la plaque.

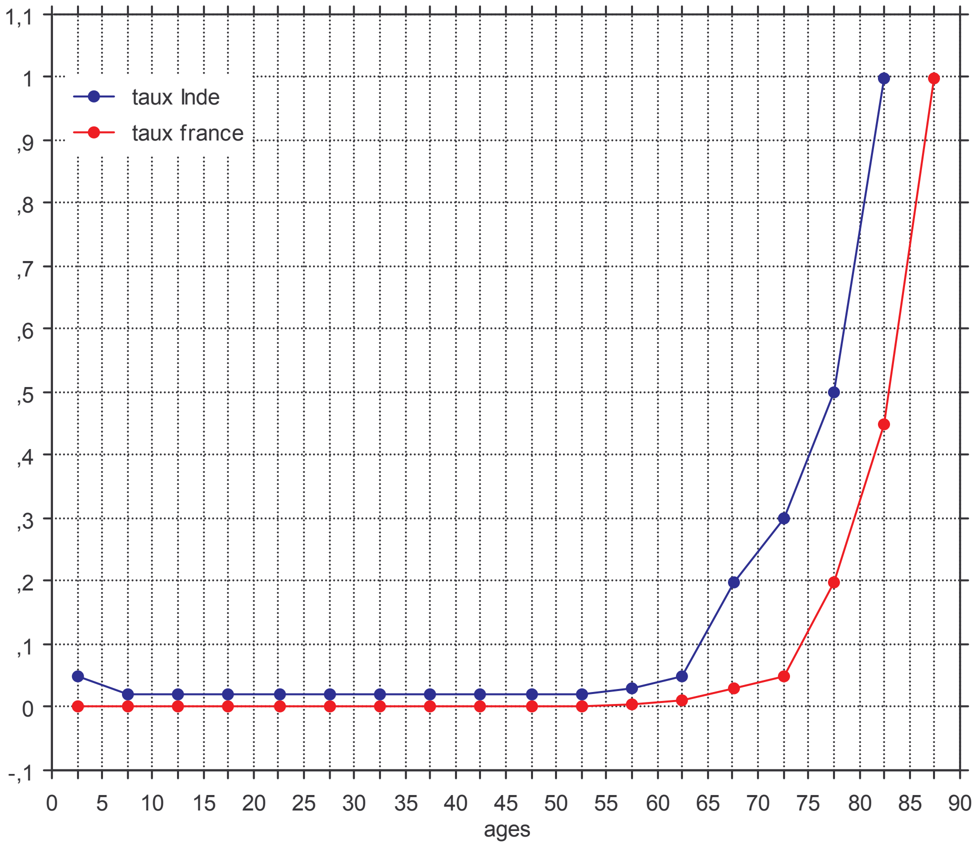
Thème 1 : Taux de mortalité de l'Inde et la France

Demander aux élèves si à priori ils pensent que le taux de mortalité en France est égal, plus petit ou plus élevé que celui de l'Inde.

En 2005, les taux de mortalité en France et en Inde étaient égaux : 8 décès pour 1000 habitants.

Pour mieux cerner cette égalité des taux :
- observer le graphique ci-dessous des taux de mortalité par tranches d'âge de chacun de ces deux pays. Les tranches d'âges sont de 5 ans
- se reporter à des données (voir tableau ci-dessous). Les taux de mortalité des différents pays du monde, en 2005, sont donnés dans « Population et société », n°414, Août 2005. Les données sont actualisées dans le numéro 436, juillet 2007. Les articles sont téléchargeables.
http://www.ined.fr/fr/ressources_documentation/publications/pop_soc/bdd/publication/1318/
On pourra utiliser ces chiffres pour comprendre pourquoi le taux de mortalité est le même dans les deux pays alors que dans chaque tranche d'âge, le taux en Inde est supérieur au taux en France. On pourra faire calculer aux élèves le taux de mortalité qu'aurait l'Inde si on appliquait les taux de mortalité de la France à chaque tranche d'âge (on trouve alors 2,7 morts pour 1000), et vice versa (on trouve 19,3 pour 1000).

On peut faire calculer l'espérance de vie dans chaque pays (la moitié de la classe calcule celle de l'Inde, l'autre celle de la France) ; seuls les taux de survie sont nécessaires pour ce calcul :
http://www.ined.fr/fr/tout_savoir_population/animations/esperance_vie/



Tranched'âge	Population Inde	Taux mortalité Inde	Population France	Taux mortalité France
[0,5[	120	,050	3,5	,001
[5,10[	110	,020	3,5	,001
[10,15[	108	,020	3,6	,001
[15,20[	100	,020	3,8	,001
[20,25[	86	,020	3,6	,001
[25,30[	80	,020	4,3	,001
[30,35[	76	,020	4,4	,001
[35,40[	66	,020	4,5	,001
[40,45[	56	,020	4,4	,001
[45,50[	46	,020	4,3	,001
[50,55[	38	,020	4,2	,001
[55,60[	30	,030	2,8	,005
[60,65[	24	,050	2,8	,010
[65,70[	18	,200	2,6	,030
[70,75[	14	,300	2,2	,050
[75,80[	10	,500	2,0	,200
[80,85[	4	1,000	1,0	,450
[8...[	.	.	1,3	1,000
total	986		58,8	

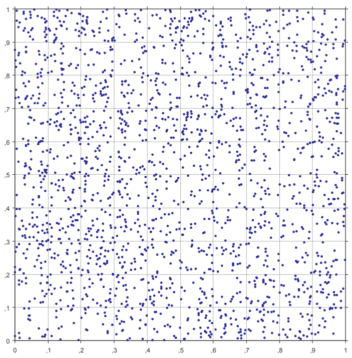
La dernière ligne permet de voir que les chiffres de population sont donnés en millions.

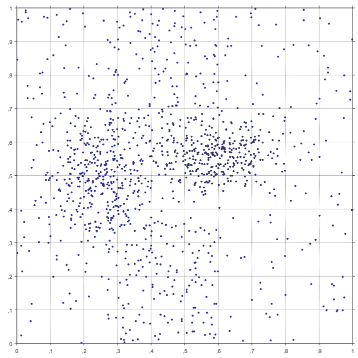
Thème 3
Combien d'étoiles dans un coin de ciel ?

On veut estimer le nombre N d'étoiles dans une image de ciel (voir les images ci-dessous) - ou le nombre de lumières dans un paysage nocturne, ou de papillons de nuit sur un mur blanc, ou de cellules ou de bactéries dans une lame ou de manifestants sur une place…..

On ne disposera que d'un temps très court pour faire cette estimation. Il convient donc de mettre au point un procédé expérimental de comptage avant même de faire la mesure choisie.

Pour définir le protocole expérimental, les élèves disposent d'images réduites.





Pour le collège :

Phase 1
S'il y a dix binômes, chacun choisit par exemple une ligne et en compte les points. Les élèves doivent trouver eux -mêmes un protocole pour les points à cheval sur deux lignes.
Le temps de comptage soit être assez court pour que les élèves n'aient pas le temps de faire le comptage deux fois.
On totalise les résultats et on a un résultat n.

Phase 2
On refait la même expérience, mais les répartitions des lignes selon les binômes sont différentes. On obtient ainsi un nouveau résultat n'.

Réflexion sur l'incertitude expérimentale inhérente à la plupart des mesures…

Pour le lycée

L'objectif est de mettre au point une méthode d'estimation de N quand il est impossible et/ou inintéressant de compter tous les points. La méthode qui consiste à ce que chaque binôme traite une fraction des carrés de telle sorte qu'en regroupant les résultats on ait compté tous les carrés n'est pas envisagée.

Phase 1 : Les élèves, par binôme, définissent leur protocole de mesure (pas nécessairement le même pour chaque binôme).
Ils définissent à l'avance comment ils comptent les points qui intersectent le quadrillage. Ils décriront soigneusement par écrit leur protocole de mesure.

Phase 2 : Comptage.

Phase 3 : Chaque binôme déduit des comptages une estimation[1] n de N, ainsi qu'un intervalle qui selon eux a « de fortes chances » de contenir N.

Phase 4 et 5 : Une deuxième série de mesures est faite ensuite, tous les élèves ayant le même protocole expérimental, à savoir :
-chaque élève se choisit à l'avance et au hasard un certain nombre de cases, (entre 2 et 3 au choix de l'élève) en utilisant des nombres au hasard fournis par leur calculatrice ; les élèves sont libres de définir le codage des carrés, et ils doivent écrire le protocole de choix au hasard.
-chaque élève fait ses mesures et en déduit une nouvelle estimation de N.
-mise en commun des résultats sur les choix de carrés au hasard, et nouvelle estimation de N.

Phase 6 : Synthèse

Pour comparer les deux protocoles, on pourra réfléchir sur ce que signifie estimer N : cela peut se faire par un nombre et/ou un intervalle. Cet intervalle peut être choisi très vaste - de 0 à 1000 000 par exemple- : on est sûr que N est dedans, mais cette fourchette ne donne pas beaucoup d'informations. Ne vaut-il pas mieux donner une fourchette plus petite, dont on est *presque sûr* qu'elle contient N ?

Si chaque élève a sa méthode de comptage propre (cas des premières mesures), et si on agrège les résultats ainsi obtenus, quel sens a ce résultat, comment en déduire une estimation à l'aide d'un intervalle ?

Par ailleurs, on peut, pour la deuxième série d'expériences, démontrer un résultat sur la précision des mesures regroupées.

Soient $n_1,\ldots,n_K$ les mesures de nombres d'objets sur les carrés, où K est le nombre total de carrés traités par l'ensemble de la classe ; soit n la somme des résultats.

Si on choisit un grand nombre de fois au hasard (avec remise) K carrés parmi les 100 carrés, K>30, on démontre qu'alors, dans environ 95% des cas, le nombre N sera dans l'intervalle :

$$I=\left[\frac{100n}{K}-2\times 100\times\frac{s}{\sqrt{K}};\frac{100n}{K}+2\times 100\times\frac{s}{\sqrt{K}}\right]$$

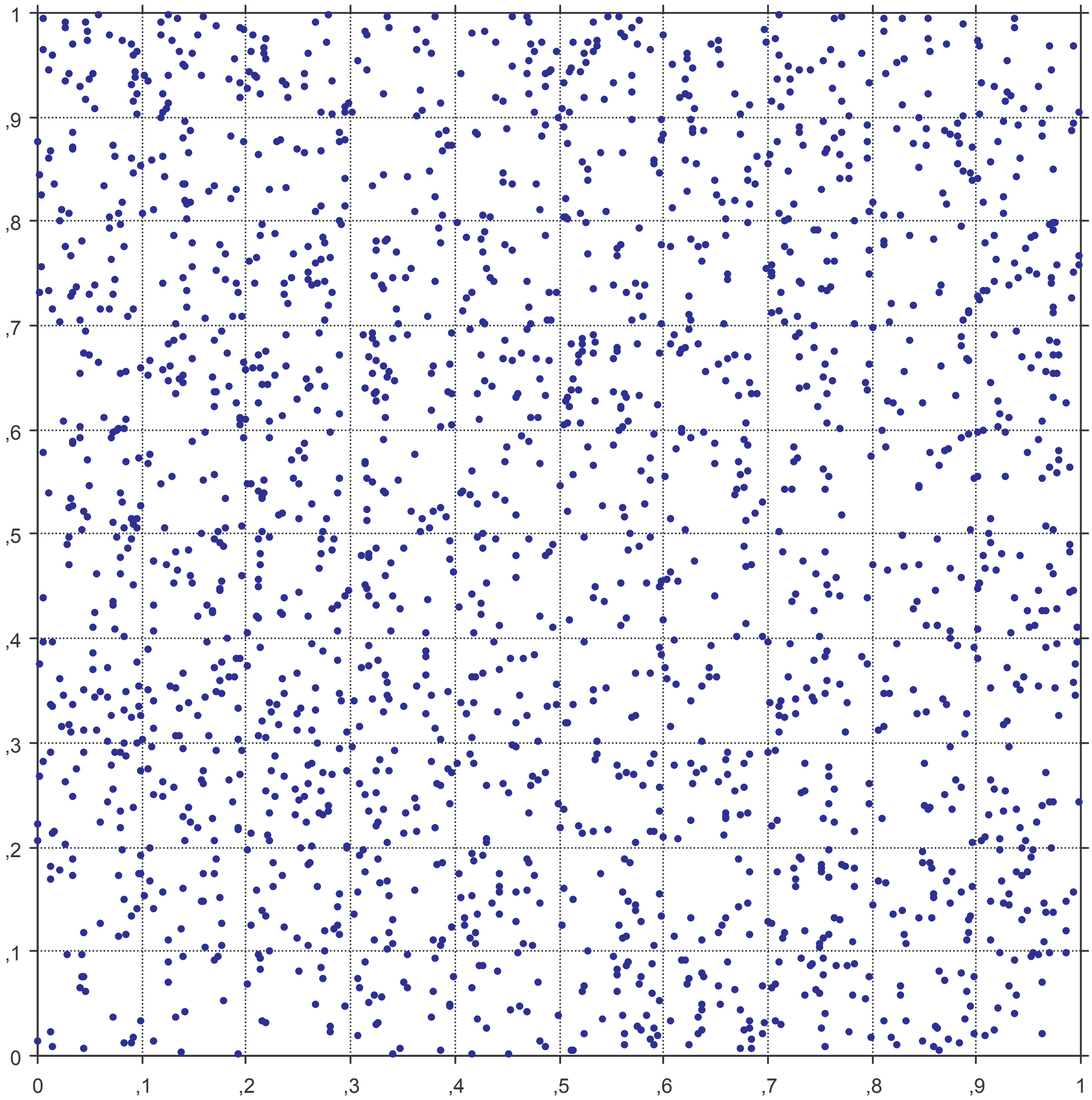
où s est le nombre suivant (appelé écart-type) des K nombres recueillis[2] :

[1] Il est important de donner un nom, par exemple n, à cette estimation –et de ne pas se contenter d'écrire « N ≈1789 par exemple- . L'estimation trouvée est le résultat d'une mesure et a donc un caractère aléatoire ; on s'interrogera sur le lien entre différentes estimations et le nombre inconnu N, il est donc commode d'avoir des notations précises.

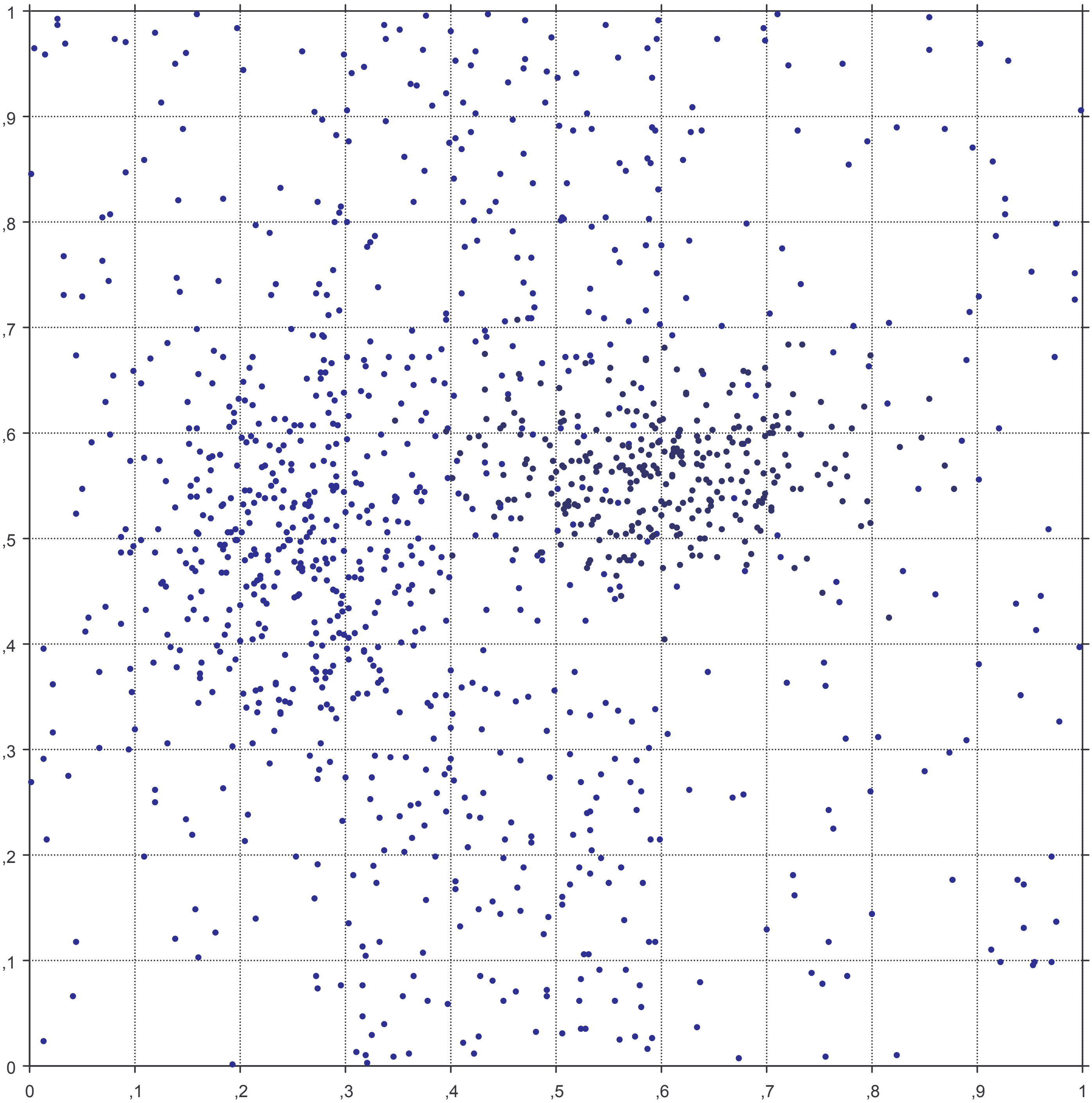
[2] Prendre pour valeur de s le nombre suivant est plus correct, mais cela ne change pas grand-chose au résultat final et ne ferait que compliquer le propos :

$$s^2 = \frac{(n_1 - n/K)^2 + (n_2 - n/K)^2 .... + (n_K - n/K)^2}{K}$$

On dira alors que I est une estimation au niveau de confiance 0,95, ou encore que la précision est $200s/\sqrt{K}$ au niveau de confiance 0,95.



$$s^2 = \frac{(n_1 - n/K)^2 + (n_2 - n/K)^2 .... + (n_K - n/K)^2}{K-1}$$


1
,9
,8
,7
,6
,5
,4
,3
,2
,1
0
0
,1
,2
,3
,4
,5
,6
,7
,8
,9
1

Thème 4 : Combien de frères et sœurs ?

Matériel : petits rectangles de papiers.

Chaque élève note le nombre d'enfants qu'a eu sa mère. On fait un histogramme des valeurs des élèves et on calcule la taille moyenne m des fratries de la classe.

Ensuite chaque élève prend n rectangles, où n est la taille de sa fratrie, et note sur chacun d'eux ce même nombre n (veiller à ce que l'élève se compte dans sa fratrie).

Tous les papiers sont ensuite mélangés ; on fait une trentaine de tirages au hasard avec remise des papiers, en notant à chaque fois le nombre inscrit sur le papier tiré. On fait l'histogramme des valeurs obtenues et on calcule la valeur moyenne m' de ces 30 nombres.
On a toutes les chances que m soit nettement inférieur à m' : pourquoi ?

Ce phénomène est traité avec des vraies données ci-dessous. Distribuer ces graphiques aux élèves pour qu'ils les comprennent et les interprètent.

Figure 3 – Répartition des femmes selon le nombre final d'enfants

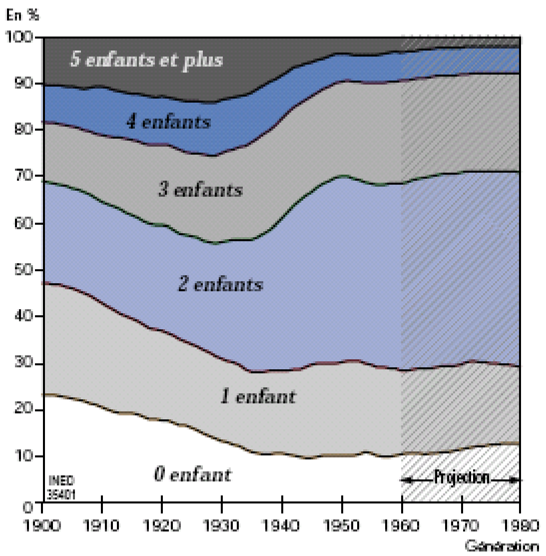
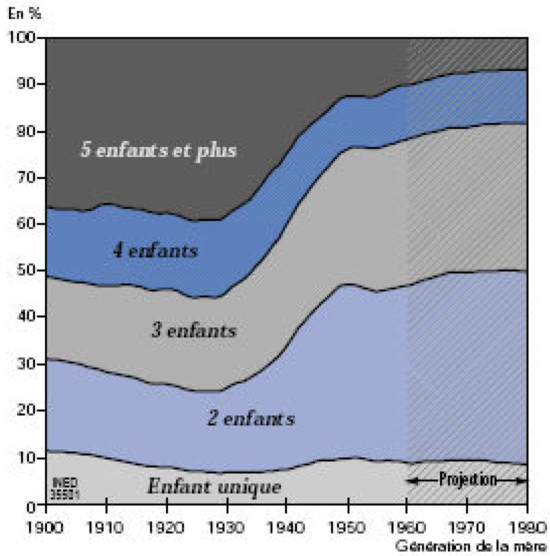


Figure 4 – Répartition des enfants selon le nombre d'enfants que compte leur fratrie (eux-mêmes compris)



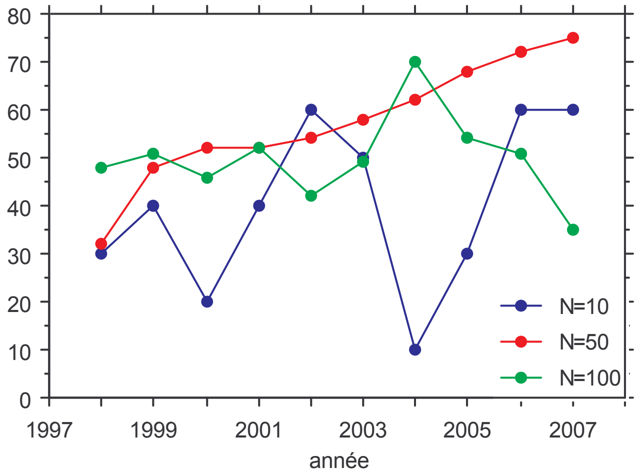
Des explications sont données dans « Population et Société », n°374 , dont ces dessins sont extraits :

http://www.ined.fr/fichier/t_publication/539/publi_pdf1_pop_et_soc_francais_374.pdf

Thème 5 : Parité statistique

Une commission est chargée d'étudier la parité homme femmes pour trois assemblées qui se renouvellent chaque année. Ci-dessous[3], les pourcentages de femmes sur 10 années, de 1998 à 2007. Qu'en pensez-vous ?

année	N=10	N=25	N=100
1998	30	32	48
1999	40	48	51
2000	20	52	46
2001	40	52	52
2002	60	54	42
2003	50	58	49
2004	10	62	70
2005	30	68	54
2006	60	72	51
2007	60	75	35



Au-delà d'une définition stricte de la parité -un nombre d'hommes et de femmes qui diffèrent d'au plus une unité-, on peut s'interroger sur le sens statistique de la notion de parité.

Ainsi, si on admet que les choix sont faits indépendamment du sexe, cela signifie que les N personnes, quant au sexe, peuvent être considérées comme tirées au hasard dans une population contenant 50% d'hommes.

Comment se situent les nombres observés par rapport aux choix au hasard de N nombres valant 0 ou 1 ? Les élèves pourront faire des simulations. On pourra, à partir des telles simulations, donner un intervalle de dispersion symétrique autour de $N/2$ et qui contient environ 95% des données simulées. On situera ensuite les données du tableau ci-dessus par rapport à cet intervalle.

On pourra étendre la réflexion à la parité lorsque la population de référence dans laquelle on choisit les membres des assemblées contient par exemple 70% d'hommes.

[3] Données fictives

Thème 6 : A chacun son chapeau

Cinq hommes se réunissent chaque jeudi soir. Ces hommes portent des chapeaux et chaque jeudi on leur redistribue leur chapeau n'importe comment. L'un d'eux, au lieu de vitupérer contre ce manquement aux bonnes manières et à la raison, s'interroge sur les chances que k personnes récupèrent leur chapeau, k=0….5.

On peut remplacer cette situation par la répartition au hasard de 5 objets (particules) numérotés de 1 à 5 dans 5 cases numérotées aussi de 1 à 5.

Quelques activités autour de cette situation : on commencera toujours par faire des simulations…

1-Modéliser et simuler.

Les élèves de la classe font des simulations, qu'on regroupe toutes ensemble pour en avoir plus.

Par exemple, voici 1000 simulations :

i	0	1	2	3	4	5
N	393	374	152	81	0	0

En deuxième ligne le nombre des simulations pour lesquelles il y a i personnes qui ont eu leur propre chapeau.

On peut alors se poser diverses questions :

-est-ce que les probabilités d'avoir p_0 d'avoir i=0 et p_1 d'avoir i=1 sont les mêmes ?

-la moyenne des 1000 données vaut presque 1 : est-ce que l'espérance du nombre de personnes récupérant leur chapeau vaut 1 ?

2-Pour ces deux questions, une méthode consiste à écrire les 120 solutions possibles et à compter ; le travail pourra être partagé en 5 dans la classe, chaque sous-groupe traitant toutes les situations où la première personne reçoit le chapeau i, i=1…5.

On peut aussi déterminer en s'aidant de quelques calculs les nombres d_i de situations où i personnes ont leur chapeau.

i	0	1	2	3	4	5
d_i	44	45	20	10	0	1
100 p_i	36,7	37,5	16,7	8,3	0	0,00083

3-On notera que l'espérance de cette loi est 1, la variance aussi. On peut s'interroger pour savoir si c'est vrai avec n chapeaux.

On peut faire des simulations … en voici quelques unes (1000 simulations par valeurs de n).Voici ce que cela donne :

n	moy	Ecart-type	min	max
10	1,001	1,002	0	5
20	1,02	0,99	0	4
50	0,97	0,98	0	5

Notons 1,…,n les individus et leurs chapeaux respectifs. Le nombre S de personnes qui ont leur chapeau s'écrit :

$$S = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

où X_i est la variable aléatoire qui vaut 1 si i a son chapeau et 0 sinon.
On notera que ces variables sont liées (ainsi, si n-1 personnes ont leur chapeau, la $n$ième l'aura aussi).
L'espérance de S est la somme des espérances, d'où le résultat (X_i vaut 1 avec la probabilité 1/n et 0 sinon).

La variance de S s'écrit :

$$\sigma^2 = E\left(\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2\right) - 1$$

et on utilise :
-que la variable X_i est égale à son carré ,
-que X_iX_j=1 signifie que les personnes i et j ont leur chapeau (il y a n-2 ! répartitions qui vérifient cela).

Thème 7 : Figurines

Dans certains oeufs en chocolat, on trouve des figurines « Shrek » ; il existe en tout 10 telles figurines distinctes.

On va faire l'hypothèse[4] que les 10 figurines sont toutes de même rareté et que quand on achète un œuf, on a des chances égales d'y trouver n'importe laquelle des figurines.

On peut faire réfléchir les élèves sur l'intérêt des questions suivantes, du point de vue de quelqu'un qui veut acheter des œufs pour avoir toute la collection, ou du point de vue de l'entreprise qui vend les œufs :

-si on achète n œufs, combien aura-t-on en moyenne d'oeufs différents?
Les élèves mettront en œuvre eux-mêmes des simulations pour des valeurs de n de leur choix, regrouperont leurs résultats et les commenteront.

-en moyenne, combien d'œufs faut-il acheter pour avoir toutes les figurines ?
Les élèves mettront en œuvre eux-mêmes des simulations, regrouperont leurs résultats et les commenteront.

-quel est le plus petit nombre n tel qu'en achetant n paquets, j'ai une probabilité égale à 0,9 (ou 0,95) d'avoir tous les figurines.

Pour la dernière question, on pourra utiliser le logiciel de simulation nommé « Shrek ».

On peut aussi se reporter pour un problème semblable à :

http://www.statistix.fr/spip/spip.php?article15

[4] D'après une brève étude des figurines en vente sur e-bay, il semble que cette hypothèse soit raisonnable, mais elle demanderait bien sûr, si besoin en était, à être contrôlée.

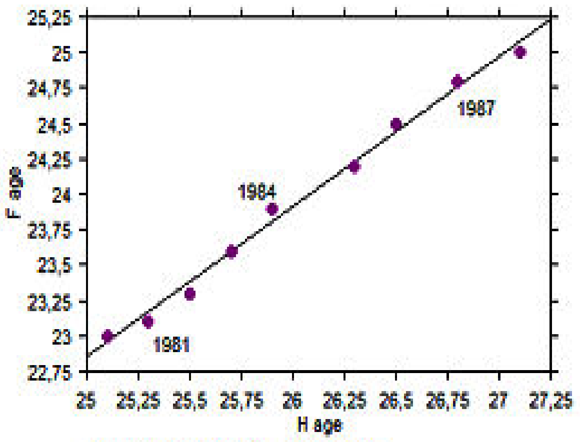
Thème 8 : Que dire de ces graphiques ?

Les élèves pourront commenter ces graphiques, et en faire d'autres pour mieux les comprendre, à partir des données extraites du site de l'INSEE (notamment : http://www.insee.fr/fr/ffc/figure/NATTEF11309.XLS) ou de celui de l'INED (http://www.ined.fr/).

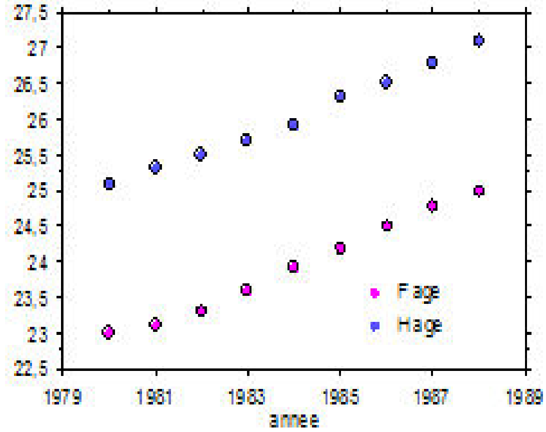
La première chose à faire sera de retrouver les unités (les taux sont des taux sur 100,1000 ? Les mariages en centaines ou en milliers?? Quelles sont les unités des productions nucléaires électriques annuelles d'origine thermique ou hydraulique ?).
Quand des points sont presque alignés, il convient de chercher à l'expliquer (ce n'est pas une « *tendance naturelle* » des points !). Pour expliquer certains cas, on pourra démontrer que si deux quantités dépendantes linéairement du temps, elles dépendent linéairement l'une de l'autre.
Il est intéressant à ce propos de réfléchir à la notion de causalité (la causalité peut-elle être « prouvée statistiquement » ?)

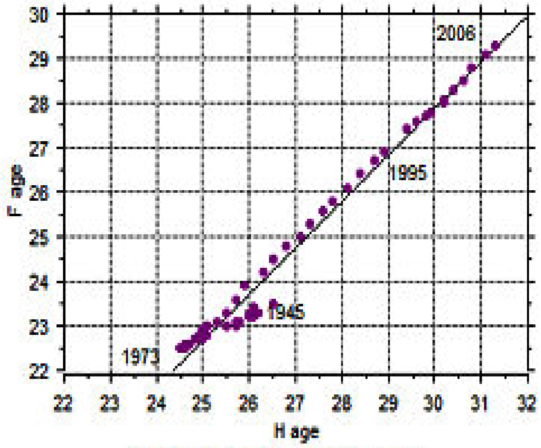
Les élèves peuvent créer une BD à propos de ces graphiques (qu'en dirait un de leur personnage préféré?)

….

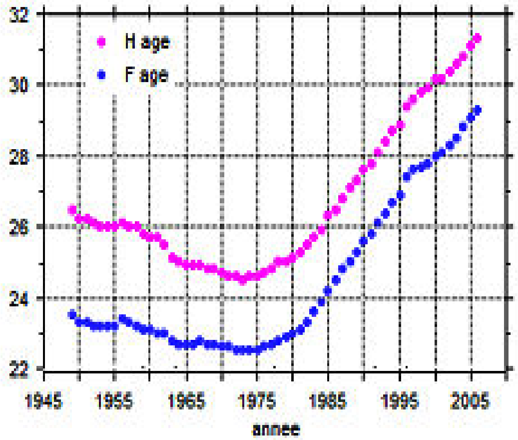


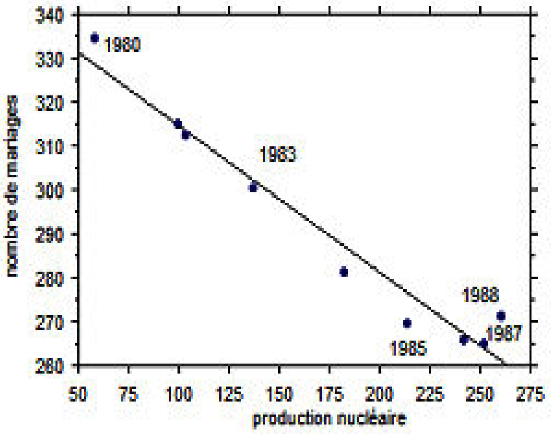
Y = -3,702 + 1,062 * X; R^2 =0 ,992



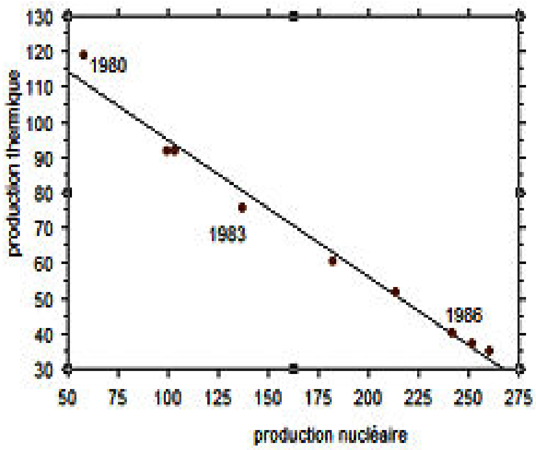


Y = -3,351 + 1,041 * X; R^2 = 0,981





Y = 348,068 - ,335 * X; R^2 =0 ,956



Y = 133,952 - ,389 * X; R^2 = 0,985

La variable *H âge* (resp. *F âge*) donne par année l'âge moyen des hommes (resp. des femmes) dont cette année là est celle de leur premier mariage.
Les productions nucléaires et thermiques concernent l'énergie électrique.

annee	mariages	H age	F age	taux crim	conso elec	prod nuc	prod ther	prod hydraulique
1949	341,1	26,5	23,5	14,06	.	.	.	.
1950	331,1	26,2	23,3	13,73	.	.	.	.
1951	319,7	26,2	23,3	12,53	.	.	.	.
1952	313,9	26,1	23,2	12,85	.	.	.	.
1953	308,4	26	23,2	12,81	.	.	.	.
1954	314,5	26	23,2	11,39	.	.	.	.
1955	312,7	26	23,2	11,9	.	.	.	.
1956	293,4	26,1	23,4	12,73	.	.	.	.
1957	310,5	26	23,3	15,07	.	.	.	.
1958	312,1	26	23,2	13,48	.	.	.	.
1959	320,8	25,8	23,1	14,25	.	.	.	.
1960	319,9	25,7	23,1	15,05	.	.	.	.
1961	314,8	25,7	23	15,35	.	.	.	.
1962	316,9	25,5	23	15,61	.	.	.	.
1963	339,5	25,1	22,8	11,87	.	.	.	.
1964	347,5	25	22,7	12,65	.	.	.	.
1965	346,3	24,9	22,7	13,54	.	.	.	.
1966	339,7	24,9	22,7	14,95	.	.	.	.
1967	345,6	24,9	22,8	16,93	.	.	.	.
1968	356,6	24,8	22,7	18,78	.	.	.	.
1969	380,8	24,8	22,7	20,3	.	.	.	.
1970	393,7	24,7	22,6	22,37	.	.	.	.
1971	406,4	24,6	22,6	25,16	.	.	.	.
1972	416,5	24,6	22,5	32,41	.	.	.	.
1973	400,7	24,5	22,5	33,83	.	.	.	.
1974	394,8	24,6	22,5	34,83	.	.	.	.
1975	387,4	24,6	22,5	36,29	.	.	.	.
1976	374	24,7	22,6	34,47	196,4	15	131,2	48,7
1977	368,1	24,8	22,7	39,48	206,8	17,1	109,2	76,1
1978	354,6	25	22,8	40,24	220,8	29	119,7	68,5
1979	340,4	25	22,9	43,48	235,6	37,9	126,1	67
1980	334,4	25,1	23	48,9	248,7	57,9	118,9	69,8
1981	315,1	25,3	23,1	53,49	258,3	99,6	92	72,7
1982	312,4	25,5	23,3	62,83	261,4	103,1	92,2	71
1983	300,5	25,7	23,6	65,24	268,2	136,9	76	70,7
1984	281,4	25,9	23,9	67,14	282,3	181,7	60,6	67,4
1985	269,4	26,3	24,2	65	302,7	213,1	52,1	63,4
1986	265,7	26,5	24,5	59,56	317,7	241,4	40,4	64,4
1987	265,2	26,8	24,8	57,12	328,4	251,5	37,2	72,1
1988	271,1	27,1	25	56,19	333,9	260,3	35,2	77,8
1989	279,9	27,3	25,3	58,31	340,8	288,7	48,5	50,2
1990	287,1	27,6	25,6	61,69	349,6	297,9	45,1	57,2
1991	280,2	27,8	25,8	65,81	375,4	315	57,8	61,3
1992	271,4	28,1	26,1	66,95	383,3	321,8	48,1	72,2
1993	255,2	28,4	26,4	67,48	385	350	32,9	67,6
1994	253,7	28,7	26,7	67,83	388,2	341,6	32,3	80,6
1995	254,6	28,9	26,9	63,17	397,3	358,8	36,8	75,8
1996	280,1	29,4	27,4	61,1	415,2	378,2	41,7	69,9
1997	283,9	29,6	27,6	59,72	410,3	375,9	37,8	67,2
1998	271,4	29,8	27,7	60,72	423,8	368,5	52,7	65,8
1999	286,2	29,9	27,8	60,97	430,9	374,9	48,7	76,7
2000	297,9	30,2	28	64,21	440,6	395,2	49,9	71,6
2001	288,3	30,2	28,1	68,8	452	401,3	46,4	78,5
2002	279,1	30,4	28,3	69,32	450,5	416,5	52,7	65,8
2003	276	30,6	28,5	66,66	468,6	420,7	57,2	64,5
2004	271,6	30,8	28,8	63,86	480,3	427,7	56,5	65,4
2005	276,3	31,1	29,1	62,08	483,2	430	62,9	57,3
2006	267,3	31,3	29,3	60,91	478	428,7	57,1	63
2007	260	.	.	.	.	.	.	.